HZ BOOKS
华章教育

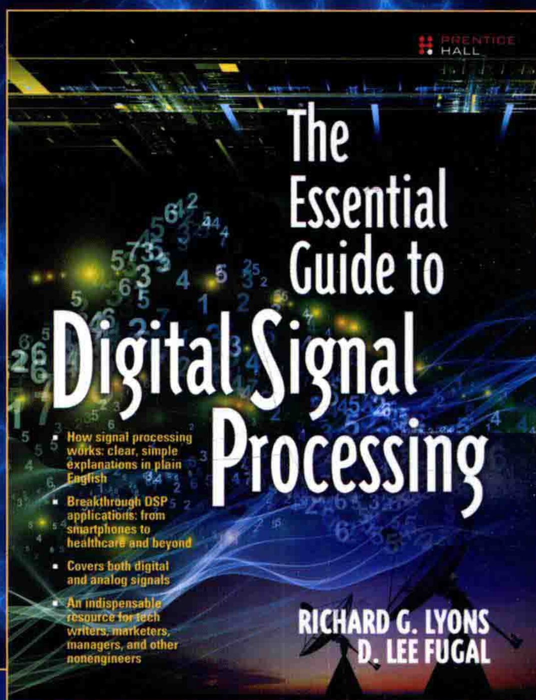
国外电子与电气工程技术丛书

PEARSON

数字信号处理精要

[美] 理查德 G. 莱昂斯（Richard G. Lyons）
D. 李·富盖尔（D. Lee Fugal）著
余磊 等译 孙洪 张海剑 审校

The Essential Guide to Digital Signal Processing





机械工业出版社
China Machine Press

本书以最为平实简单的语言介绍数字信号、模拟信号和现代数字信号处理的应用；阐述了数字信号的采集、滤波、分析，以及数字信号处理在当下流行设备中的应用；是面向商业和非技术类从业人员的数字信号处理完全攻略。

本书主要内容

- 模拟信号的频谱、频率及其应用；
- 在现代电子设备中，数字信号的产生和使用；
- 数字信号处理应用的最新进展：从智能手机到保健产品；
- 什么是小波和小波变换如何应用在医学和智能手机等领域；
- 从自动音乐调谐软件到医学EKG信号分析等比较前沿的数字信号处理应用。

作者简介

理查德 G. 莱昂斯（Richard G. Lyons） Besser Associates公司咨询系统工程师和讲师，荣获IEEE信号处理协会2012年度教育家，曾在加州大学圣克鲁兹分销教授数字信号处理课程。作为前IEEE信号处理杂志副主编，他创办了"DSP Tips and Tricks"专栏。著有《Understanding Digital Signal Processing, Third Edition》（Prentice Hall, 2011）一书。

D. 李·富盖尔（D. Lee Fugal） S&ST技术咨询公司总裁和圣地亚哥IEEE信号处理协会主席，IEEE高级会员，同时也是IEEE的Third Millennium Medal获得者，拥有30多年工业界经验。他主要教授大学高年级的数字信号处理课程，并为全美的工程师提供AT短期课程。著有《Conceptual Wavelets in Digital Signal Processing》（Space & Signals Technical Publishing, 2009）一书。

PEARSON
www.pearson.com





投稿热线：(010) 88379604
客服热线：(010) 88378991 88361066
购书热线：(010) 68326294 88379649 68995259

华章网站：www.hzbook.com
网上购书：www.china-pub.com
数字阅读：www.hzmedia.com.cn

封面设计·锡 彬

上架指导：数字信号处理
ISBN 978-7-111-52986-6



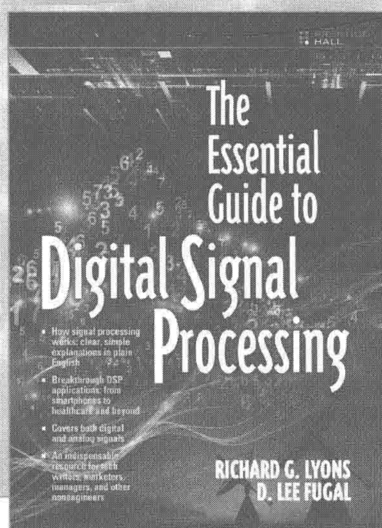
定价：45.00元

国外电子与电气工程技术丛书

数字信号处理精要

[美] 理查德 G. 莱昂斯（Richard G. Lyons）
D. 李·富盖尔（D. Lee Fugal） 著
余磊 等 译 孙洪 张海剑 审校

The Essential Guide to Digital Signal Processing





机械工业出版社
China Machine Press

图书在版编目（CIP）数据

数字信号处理精要 /（美）莱昂斯（Lyons, R. G.），（美）富盖尔（Fugal, D. L.）著；余磊等译．—北京：机械工业出版社，2016.3

（国外电子与电气工程技术丛书）

书名原文：The Essential Guide to Digital Signal Processing

ISBN 978-7-111-52986-6

I. 数… II. ① 莱… ② 富… ③ 余… III. 数字信号处理 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 030713 号

本书版权登记号：图字：01-2014-4436

本书以通俗易懂的语言介绍数字信号处理的基本内容。本书共分 9 章，第 1 章介绍什么是数字信号处理，第 2 章介绍什么是模拟信号，第 3 章介绍模拟信号的频率和频谱，第 4 章介绍数字信号及其产生方式，第 5 章介绍数字信号的采样与频谱，第 6 章介绍数字信号频谱的计算方式，第 7 章介绍小波变换，第 8 章介绍数字滤波器，第 9 章介绍二进制数。

出版发行：机械工业出版社（北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码：100037）

责任编辑：谢晓芳 责任校对：董纪丽

印 刷：北京瑞德印刷有限公司 版 次：2016 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

开 本：185mm×260mm 1/16 印 张：11.5

书 号：ISBN 978-7-111-52986-6 定 价：45.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

客服热线：（010）88378991 88361066 投稿热线：（010）88379604

购书热线：（010）68326294 88379649 68995259 读者信箱：hzjsj@hzbook.com

出版者的话

文艺复兴以来，源远流长的科学精神和逐步形成的学术规范，使西方国家在自然科学的各个领域取得了垄断性的优势；也正是这样的优势，使美国在信息技术发展的六十多年间名家辈出、独领风骚。在商业化的进程中，美国的产业界与教育界越来越紧密地结合，信息学科中的许多泰山北斗同时身处科研和教学的最前线，由此而产生的经典科学著作，不仅擘划了研究的范畴，还揭示了学术的源变，既遵循学术规范，又自有学者个性，其价值并不会因年月的流逝而减退。

近年，在全球信息化大潮的推动下，我国的信息产业发展迅猛，对专业人才的需求日益迫切。这对我国教育界和出版界都既是机遇，也是挑战；而专业教材的建设在教育战略上显得举足轻重。在我国信息技术发展时间较短的现状下，美国等发达国家在其信息科学发展的几十年间积淀和发展的经典教材仍有许多值得借鉴之处。因此，引进一批国外优秀教材将对我国教育事业的发展起到积极的推动作用，也是与世界接轨、建设真正的世界一流大学的必由之路。

机械工业出版社华章公司较早意识到"出版要为教育服务"。自1998年开始，我们就将工作重点放在了遴选、移译国外优秀教材上。经过多年的不懈努力，我们与Pearson，McGraw-Hill，Elsevier，John Wiley & Sons，CRC，Springer等世界著名出版公司建立了良好的合作关系，从他们现有的数百种教材中甄选出Thomas L. Floyd，Charles K. Alexander，Behzad Razavi，John G. Proakis，Stephen Brown，Allan R. Hambley，Albert Malvino，Mark I.Montrose，David A. Johns，Peter Wilson，H. Vincent Poor，Dikshitulu K. Kalluri，Bhag Singh Guru，Stephane Mallat等大师名家的经典教材，以"国外电子与电气工程技术丛书"为总称出版，供读者学习、研究及珍藏。这些书籍在读者中树立了良好的口碑，并被许多高校采用为正式教材和参考书籍。其影印版"经典原版书库"作为姊妹篇也越来越多被实施双语教学的学校所采用。

权威的作者、经典的教材、一流的译者、严格的审校、精细的编辑，这些因素使我们的图书有了质量的保证。随着电气与电子信息学科建设的不断完善和教材改革的逐渐深化，教育界对国外电气与电子信息教材的需求和应用都将步入一个新的阶段，我们的目标是尽善尽美，而反馈的意见正是我们达到这一终极目标的重要帮助。华章公司欢迎老师和读者对我们的工作提出建议或给予指正，我们的联系方法如下：

华章网站：www.hzbook.com

电子邮件：hzjsj@hzbook.com

联系电话：(010) 88379604

联系地址：北京市西城区百万庄南街1号

邮政编码：100037



华章科技图书出版中心

译者序

如今，数字信号处理技术早已存在于人们日常生活的方方面面，智能手机、数码相机、高清电视、卫星导航、医疗影像……可以说数字信号处理无处不在。然而，对于大多数人，数字信号处理就像一个神秘的盒子，让人充满敬畏而不敢过多涉足。另外，对那些从事数字信号处理相关工作的非专业人士（例如技术销售人员、项目管理人员等）来说，系统学习这样一门神秘的课程显得力不从心，而又迫切需要快速了解该课程的基本概念，那么这本书将是首选！

本书作者 Richard G. Lyons 和 D. Lee Fugal 长期致力于数字信号处理的教学和推广工作，有着丰富的教学和实践经验。本书主要面向非数字信号处理专业的人士，介绍数字信号处理专业的基本概念，旨在以最简洁、最通俗的方式让非专业人士更快、更有效地掌握这些基本知识。

本书包含 9 章和 4 个附录，由余磊副教授组织翻译。其中，第 1 章和术语表由余磊翻译，第 2 章由刘辰光翻译，第 3、4 章由任俊英翻译，第 5 章和附录 C 由刘舟翻译，第 6 章由黄山翻译，第 7 章由胡诗卉翻译，第 8 章由张丽宏翻译，第 9 章由雷谦翻译，附录 A、B 由贾竞源翻译，附录 D 由代翱翻译。余磊副教授完成了全书的统稿和审校工作，孙洪教授和张海剑副研究员对全书进行了审校。

本书的译者都是长期从事数字信号处理领域工作的科研人员，具有丰富的理论和实践经验，但由于数字信号处理内容繁杂，因此对于原著内容的理解难免有所偏差，翻译不当之处，欢迎批评指正。

前　言

对于“信号”这个词，我们已经很熟悉了。所有承载信息的东西都可以称为信号，例如交通信号、求救信号，甚至还有烟雾信号。在纸牌游戏中，当我们拿到一手好牌的时候，往往尽量不给对方透露任何“信号”。那么，处理信号意味着什么呢？本书将采用现实生活中大家所熟悉的信号和信号处理方法，以最为简洁明了的方式解答这个问题。

大家可能没有意识到，实际上信号和信号处理时时刻刻影响着我们的日常生活。本书不仅展示了为什么信号和信号处理广泛存在于我们的日常生活中，而且更深入地解释了其中的原理。例如，为什么我们从收音机中听到的声音效果要远好于从手机中听到的声音效果？

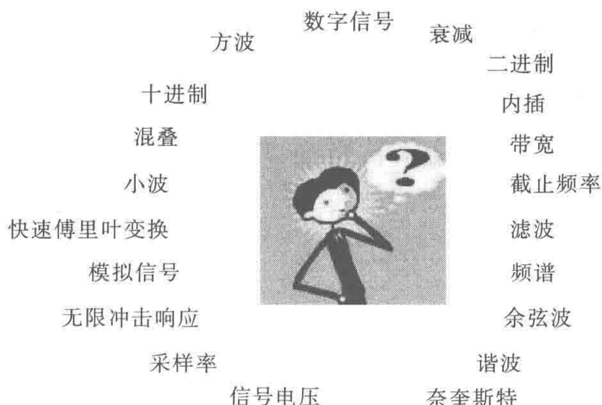
本书面向的读者是非技术类的人群，而不是工程专业的学生。因此，本书的主要目的有两个：首先，采用最少的数学公式，以通俗的方式阐述信号和信号处理的基本概念与原理；其次，介绍信号处理中的“语言”——术语。（为了便于阅读，本书在最后附上了完整的信号处理术语和缩写词。）

对于那些在公司制作或者使用信号处理硬件或软件的非技术类读者，本书将会是你的最佳选择。日常工作中，你可能会碰到许多看似神秘的概念和术语。本书将为你揭开这一层神秘的面纱，让你更深入地理解信号处理，从而更有效地与工程师或者其他技术类人员交流。

通常可以将信号分为两大类：模拟信号和数字信号。本书将逐步解释这两种信号的本质，以及如何在日常生活中使用它们来提高生活品质。

本书的章节是按照作者的理解安排的，你不必按照章节依次阅读，也不见得要阅读整本书。第 1 章主要介绍信号处理如何在近现代变得如此重要及其原因。第 2 ~ 5 章则阐述模拟信号和数字信号的基本性质。其他章节介绍模拟信号和数字信号的处理方法。

全书的内容大致如此。我们希望你能喜欢这本书，还望它能给你带来帮助。





目　录



第1章 什么是数字信号处理

1.1 幻影技术

数字信号处理（Digital Signal Processing，DSP）技术对我们的日常生活产生了深远的影响。观看电视节目、利用因特网获取信息、使用数码相机拍摄照片、和朋友煲电话粥、驾驶自己的爱车，或者在家里用电脑完成一份报告，又或者刷信用卡付账时，你都在使用数字信号处理技术。从技术层面来说，数字信号处理是这些设备的“大脑”。尽管我们每天都在利用数字信号处理做许许多多的事情，但是很少有人听说过数字信号处理这个概念。正因如此，数字信号处理也称为一种“幻影技术”。为了展示在日常生活中我们对“隐形”的数字信号处理技术依赖到了何种程度，表 1-1 给出了生活中一些常见的例子，并且揭示了没有数字信号处理技术的生活将变成什么样子。

表 1-1 没有数字信号处理的世界

离开数字信号处理	后果
没有手机和智能手机	没有短信或者无法上网。回到用公用电话的时代
没有电脑	没有因特网、电子邮件、Facebook、Youtube、Skype
没有有线电视或者卫星电视	只能看少量低清晰度的本地电视频道
没有 CD	回到磁带时代
没有 DVD	只能看低清晰度的 VHS 录像带
没有信用卡用于购物	只能用现金或者支票支付
没有数码相机	带着相机胶卷去照相馆冲洗照片
没有超声波扫描和 MRI 或者 CAT 扫描	回到开刀诊断的时代
没有 GPS	回到使用纸质地图的时代
没有多普勒雷达	没有远距离天气预报
没有现代石油勘探	更高的汽油价格（甚至更高）
没有电子游戏	孩子们只能去外面玩
没有恶劣天气下的航班	带上你的睡袋去机场
没有音乐贺卡	多无聊啊

由此看来，数字信号处理对我们的日常生活是非常重要的，我们有必要去了解什么是所谓的 **DSP 技术**。而在理解什么是数字信号处理之前，我们首先要了解信号的概念。

1.2 什么是信号

对信号的任何完整定义都不可避免地使人捉摸不透。例如，有人将信号定义

为任意传递到接收端的信息的表达。因此，这里并不打算讨论“信号”的定义。让我们通过日常生活中一些经常碰到的例子来阐述信号对于我们的意义。例如，当我们倾听喇叭播放出来的音乐时，信号以声波的形式通过空气传入我们的耳朵，并刺激鼓膜振动使得我们能听到该段音乐；当我们开着车经过十字路口时，信号以光的形式从红绿灯辐射出来，告诉我们是应继续前进还是停下来，假如我们没有注意到此时亮着红灯而继续保持前进（闯红灯），那么马上就会有警车伴随着警笛声从身后呼啸而来，提醒靠边停车。

当我们用手机拨打电话时，信号以如图 1-1 所示的符号形式出现在手机屏幕上，提示我们手机是否能够从本地手机基站接收足够强的射频信号；当我们使用温度计时，信号以水银柱的高度值的形式，告诉我们当前的温度；而当朋友在我们脸颊上亲吻时，信号则以亲吻的动作传达爱慕的信息。上述这些例子中，我们都接收了携带某种信息的信号。

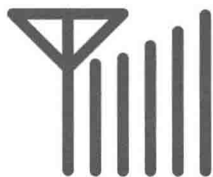


图 1-1　手机信号强度指示器

1.3　模拟信号和数字信号

信号可以分为模拟信号（Analog Signal）和数字信号（Digital Signal）。日常生活中碰到的信号，例如 1.2 节中提到的声和光信号都是模拟信号。第 2 章和第 3 章详细讨论**模拟信号**。

简单来讲，**数字信号**就是由数字构成的序列，或者叫数列。这样的数列可以存储在电脑、数码相机和电子游戏机的存储器中，或者记录在 CD 和 DVD 上。通过适当的方式，信号处理领域的工程师可以将声光等模拟信号转换成数字信号（数列），使转换后的数字信号包含原始模拟信号的所有信息。经过恢复处理，数字信号还能转换回模拟信号（声音信号或者光信号）。将模拟信号转换成数字信号，然后再将数字信号转换回模拟信号看起来似乎没有太大用处，但正是有了这样的转换，才有了数字信号处理。

1.4　数字信号处理

数字信号处理就是将数字信号中的数值进行某种数学处理的过程，其目的是改善数字信号某些方面的性质。例如，一位流行歌手对着麦克风演唱歌曲，这

时我们首先将模拟声音信号转换成数字信号。转换后的数字信号中的数值大小经过某种处理，然后再转换回模拟语音信号，由扬声器播放出去，最后听到的歌声带有一点点优美的回音。当今的商业音乐中，对流行歌手的声音进行音效处理是行业标准流程。第 4 章详细介绍这个话题。

数字信号处理在医学领域的应用也相当多，例如在使用心电图检查心脏时，往往需要将一些小电极贴在病人前胸，检测心脏产生的模拟电信号，如图 1-2a 所示。而在实际中，由于多种原因，模拟电极信号往往被一些与信号幅度相当的突发性干扰所扰乱（这种干扰称为**噪声**），使医生无法根据心电图准确评估心脏的电活动。

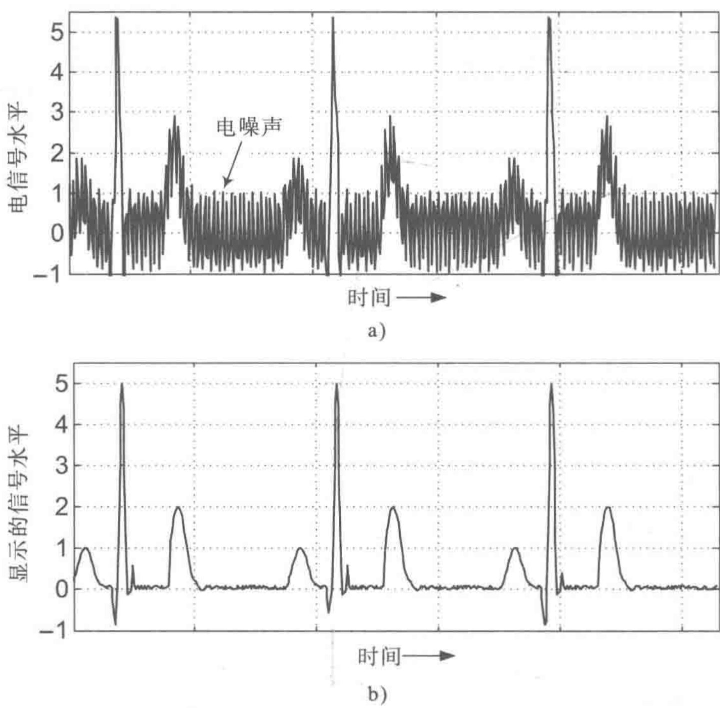


图 1-2 心电图信号：a) 原始测量的带噪声信号；b) 经过数字信号处理后改善的信号显示

现在，数字信号处理可以解决这个问题。如图 1-3 所示，首先我们将传感器检测到的模拟电信号转换成数字信号。然后，数字信号中的数值经过处理，信号中的噪声部分被消除，最后就可以得到非常清晰明了的心电图，如图 1-2b 所示。这时，医生就可以使用这种清晰明了的心电图来快速评估心脏是否健康。

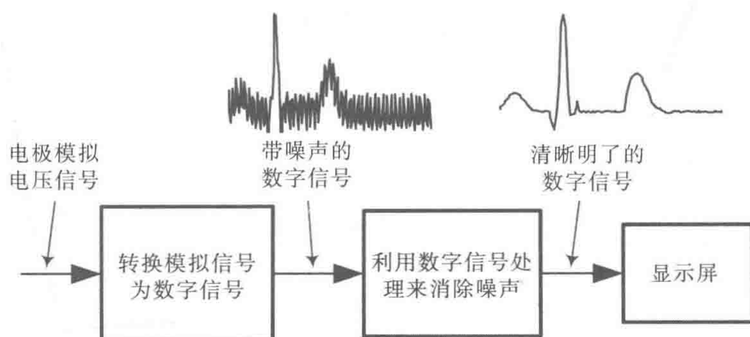


图 1-3　利用数字信号处理来改善心电图信号显示

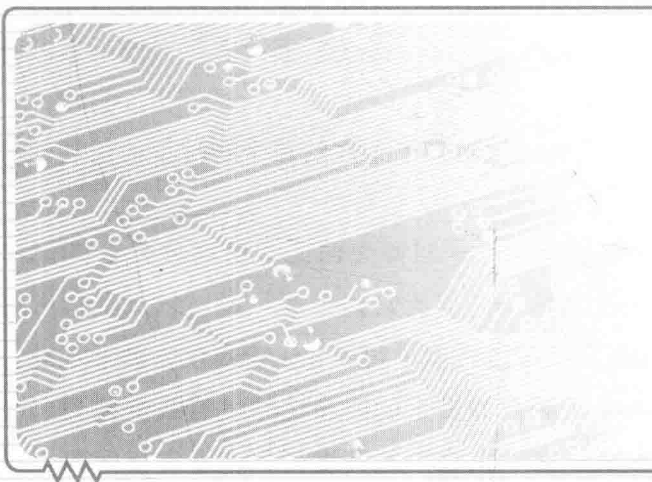
如今，信号处理的应用领域相当广泛，包括军事、工业、太空探索、摄影、通信、科技、地震、气候等。正如表 1-1 中描述的那样，虽然离开了信号处理仍然可以继续生活，但是我们的生活会变得非常不便。

本章简要介绍了模拟信号、数字信号，以及数字信号处理的基本概念，以后的章节将详细介绍信号及信号处理。

1.5　本章要点

本章要点如下：

- 信号无处不在，而这些信号往往都是模拟的声音信号或者光信号。
- 通过适当的方式，我们可以将模拟信号（声音信号或者光信号）转换成数字信号（数列），然后将其存储在电子设备中。数字信号包含了原始模拟信号的全部信息。
- 对数字信号中的数值进行数学处理可以增强信号的某些重要性质，或者降低污染信号的噪声。
- 在必要情况下，可以从处理后（修改和增强）的数字信号中恢复模拟信号。
- 数字信号处理的应用广泛而多样。我们也许看不到哪里使用了这种幻影技术，但是离开了它，生活将变得极为不便。



第2章 模拟信号

正如第 1 章描述的，理解数字信号之前，首先要对模拟信号有一定的了解。正因如此，本章将介绍模拟信号的概念及其基本性质。

2.1 什么是模拟信号

这里，可以将**模拟信号**定义为满足如下条件的某个物理量的任意表示：

- 其值随时间而变化
- 在每一个时刻都有值
- 含有信息

上述条件有些难以理解，模拟信号似乎很神秘。但事实上并非如此，现实生活中模拟信号无处不在，手机扬声器发出的声音信号、有线电视公司发出的电子视频信号、温度计的水银柱在一天之内的高度变化，还有夜间闪烁的星星发出的波动的光强，这些都是模拟信号的例子。不难发现，模拟信号的一个重要性质是含有有用的信息。下面先详细介绍几种常见的模拟信号。

2.2 温度模拟信号

温度是一种非常简单的模拟信号，图 2-1 中的温度曲线显示了密歇根州马凯特[⊖]一年之中室外温度的变化。我们可以把这些曲线当成模拟信号——它们代表随时间变化的物理量。给定一年内的任意一天，我们都能根据这条曲线估计马凯特地区当天的室外温度。那么图 2-1 中的模拟信号曲线包含什么信息呢？它告诉我们如果无法适应寒冷的环境，那么就不应该选择在密歇根州的马凯特工作。

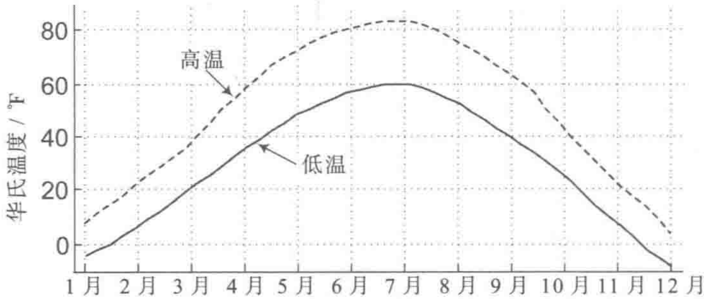


图 2-1 密歇根州马凯特室外温度的变化

⊖ 本书涉及该示例时均采用华氏温度。$\frac{t_F}{℉}=\frac{9}{5}\frac{t}{℃}+32$，其中 t_F 表示华氏温度（℉），t 表示摄氏温度（℃）。

模拟信号的一个重要特点是，当我们在一张纸上以时间为横坐标描绘模拟信号时，笔尖是不会离开纸面的，如图 2-1 所示。换句话来说，曲线中不能有间隙，并且不能丢失信息。我们称这种没有间断的曲线称为连续曲线。事实上，许多工程师把模拟信号称为**连续信号**。

2.3　音频模拟信号

图 2-2a 所示为**扬声器**发出的音频信号，它也是一种模拟信号。当音频电压作用于扬声器终端时，扬声器的纸盆会发生振动，从而发出声音。图 2-2b 显示了由纸盆振动引起的气压变化。图 2-2b 右边三条深灰色的圆弧表示高气压下的波动，相邻圆弧中间白色的区域表示低气压。

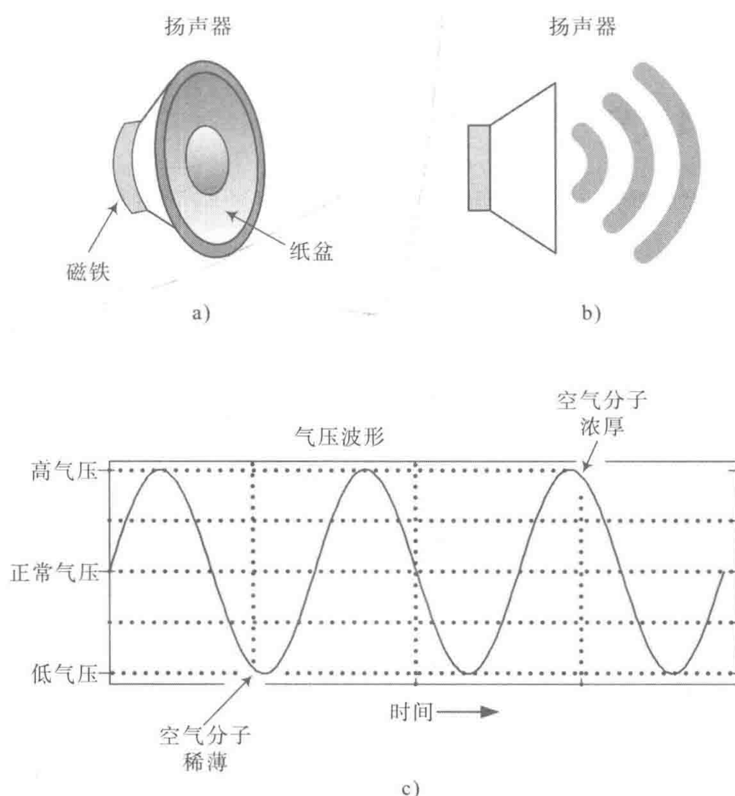


图 2-2　音调模拟声波：a) 扬声器；b) 扬声器及传出的气压波；c) 变化的气压引起的音叉声波随时间变化进入人耳

当来自扬声器的声音是一个音调（如音叉发出的音）时，进入听者耳朵的气压波形

可以用图 2-2c 表示。当扬声器的纸盆向外移动时，会迫使空气分子压缩而产生一小块高气压区域。相反，当扬声器的纸盆向内移动时，则产生一小块低气压区域。这样，扬声器会产生浓厚或稀薄的空气分子辐射区域，高低气压波则以空气为媒介从扬声器传到听者的耳朵里。

人的耳朵对大气压的起伏波动非常敏感。当这些波动进入耳朵时，它会感受到这些波动，从而产生一个电信号传到大脑中，这时我们就听到了声音。

小贴士

回答一个常见问题：如果我们把声音定义为在空气中传播的气压波动，那么，一棵树倒在空无一人的树林里确实产生了声音；如果我们把声音定义为通过身体内耳到大脑的神经机制传递的电信号，那么一棵树倒在空无一人的树林里并没有产生声音。

2.4 电子模拟信号

事实上，工程师很久以前发明了一个对气压很敏感的机械装置。当这个装置放在声波的传播路径上时，如果遇到高气压则它的输出为正**电压**，反之，如果遇到低气压则输出为负电压。这个装置后来称为**麦克风**。工程师和技术员可以将麦克风的输出连接到示波器上，观察麦克风产生的模拟电压，如图 2-3a 所示。示波器显示的纵坐标代表电压，横坐标代表时间。

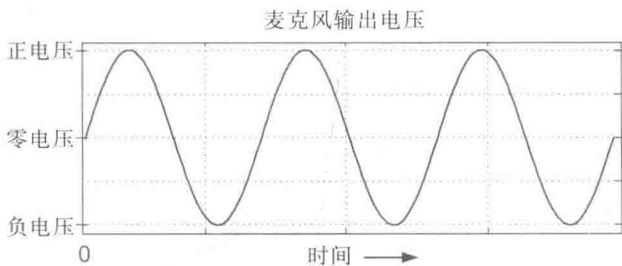
如果图 2-2c 中音叉发出的声波到达麦克风，并且麦克风的输出连接线连接到示波器的输入端，那么屏幕将会显示如图 2-3b 所示电压信号。任意时刻的电压值称为电压**波形**的**幅度**，它代表信号的瞬时能量。图 2-3b 中电压的波峰称为波形的峰值电压。峰值电压高的波形比峰值低的波形能量大。

麦克风的输出电压代表气压的起伏，它是一个模拟信号，因为：

- ❑ 它有一个随时间变化的幅度
- ❑ 它在任意时刻都有一个确定的值（电压值在光滑曲线上连续变化且没有间隙）
- ❑ 它包含信息，如峰谷电压差和频率（每秒振动的次数）



a)



b)

图 2-3 观察一个麦克风的输出：a) 现代示波器（图片由泰克公司提供）；b) 麦克风输出音叉产生的模拟电压波形

此外，图 2-3b 中的曲线是图 2-2b 中音叉产生的声波的电压表示。因此，我们可以说图 2-3b 中的电压信号和空气中传播的声波是类似的。图中曲线的起伏代表了电压起伏。由于实际生活中许多感兴趣的模拟信号都以模拟电压的形式表示，我们不妨暂停一下看一看什么是电压。

2.4.1 什么是电压

我们可以把电压当作以伏特为度量单位的“电压力”。这种压力在一定条件下可以引起电子定向运动，从而产生电流。图 2-4a 用一个由电池、开关和灯泡组成的电路说明了这个概念。在电池的正极到负极之间具有 1.5V 的电压（相反，在负极到正极之间具有 –1.5V 的电压）。在图 2-4a 中，开关断开，意味着电子没有从电池负极通过导线流向正极。因此，没有电压加在灯泡两端，灯泡不亮。

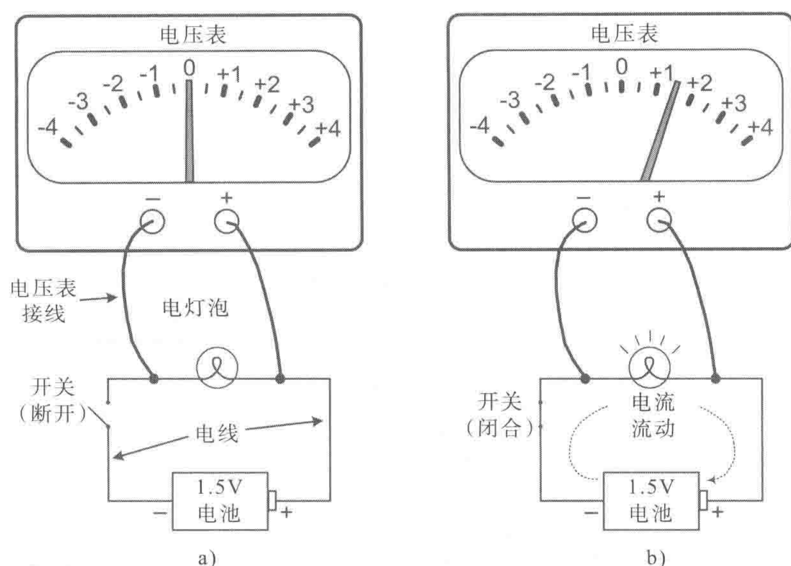


图 2-4　灯泡两端的电压：a) 开关断开；b) 开关闭合[⊖]

当开关闭合时，如图 2-4b 所示，有一个通路使得电流可以沿顺时针方向从电池负极流向电池正极。此时有 1.5V 的电压作用在灯泡上，灯泡发光——电流流经灯泡，使灯泡的灯丝白热化，发出可见光。

当开关闭合时，如图 2-4b 所示，作用于灯泡的 1.5V 电压被称为**直流电压**（Direct Current，DC），对于我们来说，直流电压意味着电压值是恒定的，不随时间改变。

我们来看另一种电池 – 灯泡电路的例子。如果改变图 2-4 中电池的正负极方向，然后闭合开关，那么电流将会沿逆时针方向流动，如图 2-5 所示。在这种情况下，电压表将会在灯泡的两端测量到 –1.5V 的电压。（不管电流沿什么方向流过灯泡，灯泡都会发出可见光。）

小贴士

首字母缩略词 DC 诞生至今已经 100 多年了。在 19 世纪 80 年代后期，发电领域的先驱们对于当时新发明的白炽灯泡应该使用**直流电**（DC，只有一个方向的电流）还是**交流电**（AC，方向会来回变化的电流）产生了激烈的争论。美国著名发明家爱迪生大力宣传直流电，然而，工业巨头乔治·威斯汀豪斯和他从前的员工尼古拉·特斯拉坚信交流电（已经在欧洲

⊖ 图 2-4 中电流方向为电子流动方向，与传统教材中正电荷的流动方向不一致。——编辑注

出现）才是美国本土最好的供电方式。最后交流电赢得了这场争论，因为直流供电站只能为距离供电站1英里（1.6km）之内的居民供电。而交流电变化的特点，使得它能通过变压器传播到比直流电远得多的距离。

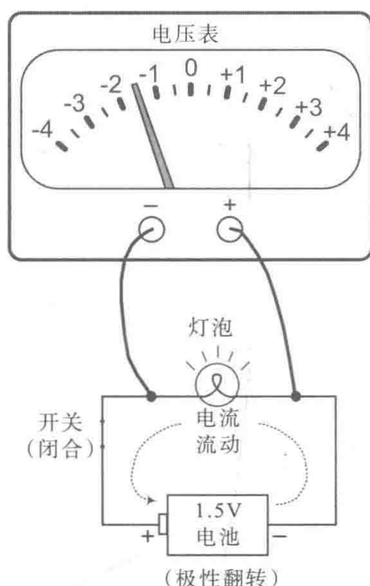


图2-5 电池极性翻转和开关闭合后灯泡的电压

从图2-4和图2-5中我们可以知道两个概念。首先，电压作用在硬件设备（灯泡）上，能让硬件设备开始工作。若将图2-4中的灯泡替换成一个低电压电动机，那么闭合开关后，电动机就开始运转。这就是电动螺丝刀的工作原理。其次，电压都有极性，如图2-4b和图2-5中电压表的读数所示。

2.4.2 正弦电压

接下来介绍几个即将用到的术语。图2-3b中的电压波形已知是一个**正弦波**，它也可以被认为是正弦波和余弦波的一般形式（这两种波形将在下一节讨论）。自然界中充斥着大量的正弦波，例如：

- 河流中或海洋中的波纹
- 声波
- AM或FM广播站辐射的电磁波
- 地震波
- 夜空中的星光

事实上，现在你很可能与正弦电压的距离不足三米。在美国，房间里的插座输出的就是 120V 的交流电压，而在欧洲和中国，插座输出的则是 220V 的交流电压。

图 2-3b 中的电压波形是一种特有的**正弦波**。数字信号处理领域的方方面面都有正弦波的影子。因此，我们需要进一步了解正弦波。

1. 正弦波

接下来我们做一个假想实验（这是阿尔伯特·爱因斯坦最喜爱的消遣方式之一）。假设一个喜欢冒险的年轻人认为爬到伦敦大本钟巨大的分针末端绕时钟转一圈很有趣，他也许会首先在 45 分，也就是当分针水平地指向 9 的时候爬上去，如图 2-6a 所示。5 分钟以后，当分针指向 10 的位置，他将被抬升到距离顶部一半（0.5）的位置（参见图 2-6b）。在分针指向 11 的时候，他将会更加接近顶部（0.866），在分针指向 12（顶部）的时候，他将会处在时钟最高的位置[⊖]。

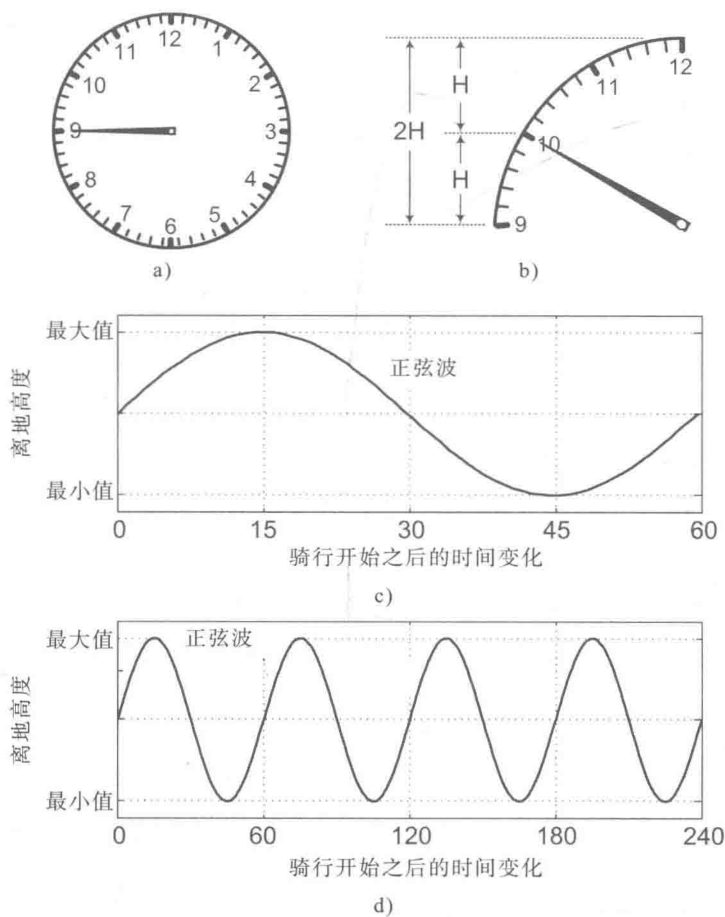


图 2-6 大本钟骑行之旅：a) 起始点；b) 中间点；c) 一小时中的高度变化；d) 四小时中的高度变化

⊖ 伊丽莎白塔（大本钟）的高度距离地面 200 英尺（1 英尺 =0.3048 米）左右，它被称为最大的鸣钟。

接下来他继续探险之旅。这个爱冒险的人将会在分针指向 3 的时候回到水平位置上，并在分针指向 6 的时候处于最低位置。然后他将在回到初始位置，即分针指向 9 的时候停下来。

这时，我们将他在上述环绕时钟骑行中所处的相对高度（以分针指向 9 或者 3 的高度为参照）作为纵轴，以时间为横轴，那么可以画出如图 2-6c 所示的**正弦波曲线**。这显示了正弦波与圆周上点的垂直高度之间重要的基本关系。图 2-6d 给出了正弦波四个周期内的图像。

2. 余弦波

继续我们的思考实验。假设骑行者选择等待 15 分钟（一小时的四分之一，四分之一个圆周），即在时钟分针指向 12 的时候开始他的骑行，而不是在指向 9 的时候。那么他将会在距离地面的最高点开始和结束他的骑行。如果我们按时间推移描述他的相对高度，绕行曲线如图 2-7a 所示，这条曲线称为**余弦波**。

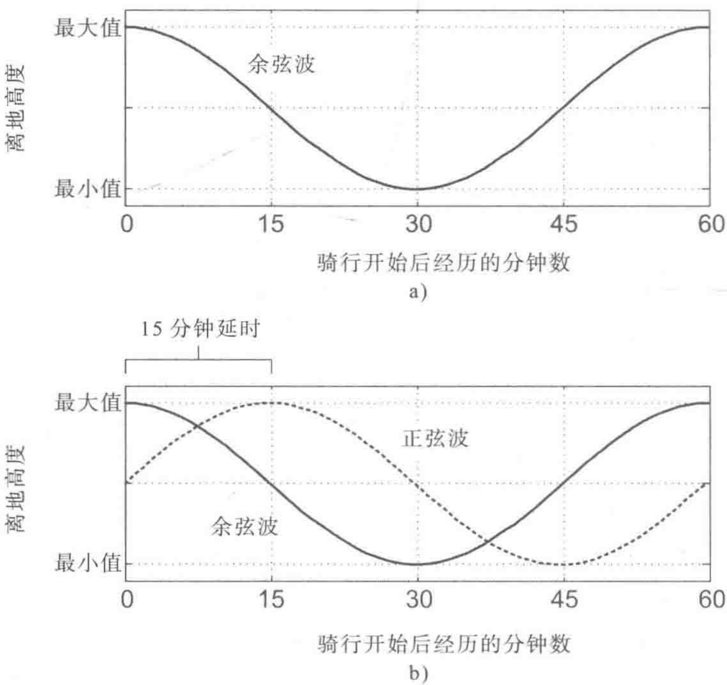


图 2-7 从 12 点开始的大本钟骑行之旅：a) 分针高度随时间的变化；b) 正弦波和余弦波的时间关系

正弦波是余弦波的延时版本。工程师把这种关系称为“正弦和余弦间的四分之一相位延时”，或者从我们的角度来说是四分之一小时，如图 2-7b 所示。正弦波和

余弦波都是正弦曲线波。不管是否觉察，你刚刚学到了正弦和余弦的基本原理。

下面我们将这些知识运用到工程中。古代人[⊖]使用圆而不是时钟来描述正弦波和余弦波，他们利用长度为 1 的线作为半径，使线按逆时针方向绕圆心旋转一周，而不是让一个人在时钟分针上绕着时钟转，如图 2-8 所示。这条单位长度的线用图中的粗箭头表示，圆中心的零表示横纵坐标都为零的点。

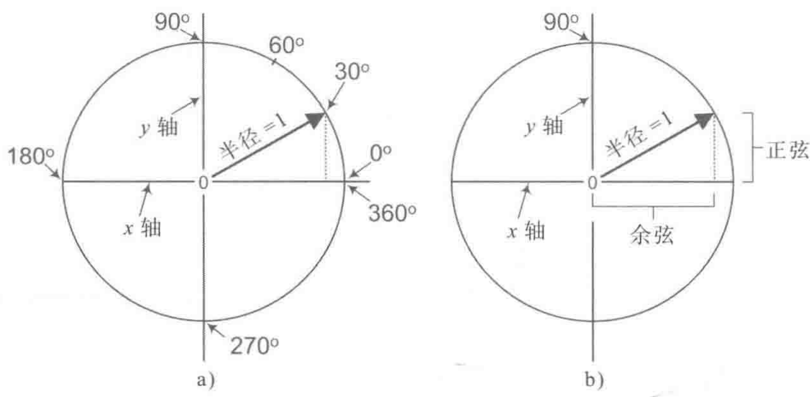


图 2-8　a) 正弦波和余弦波的工程原理；b) 正弦和余弦分别表示圆周上点到坐标轴的垂直距离和水平距离

箭头从指向右边的零度开始，沿逆时针方向绕圆旋转 360° 回到起始位置。在箭头旋转的过程中，箭头顶点距 x 轴的纵向高度用正弦波曲线描述，如图 2-6c 所示。箭头顶点距 y 轴的水平距离用余弦波曲线表示，如图 2-7a 所示。图 2-8b 说明了上述内容。

到目前为止，你也许会觉得我们花费了太多的时间描述正弦波和余弦波。对于这一点我们要说的是，正弦波和余弦波遍布模拟信号处理和数字信号处理的方方面面，花费时间来深入理解正弦波和余弦波是完全有必要的。接下来我们继续讨论电压的话题。

3. 正弦电压和余弦电压

假设我们把正弦波电压施加在四通道示波器的第一个输入端，如图 2-3a 所示，把余弦电压施加在示波器的第二个输入端。示波器的双踪显示将如图 2-9 所示。我们可以看到余弦波电压是正弦波电压在时间上的延迟（四分之一周期）版本。许多信号处理的实际应用都需要同时产生正弦波信号和余弦波信号。正弦波和余弦波都是**周期性的波**，因为它们的波形随时间推移而周期性重复。

⊖　所谓的古代人是指巴比伦人、苏美人、希腊人，而不一定指你们的祖先。

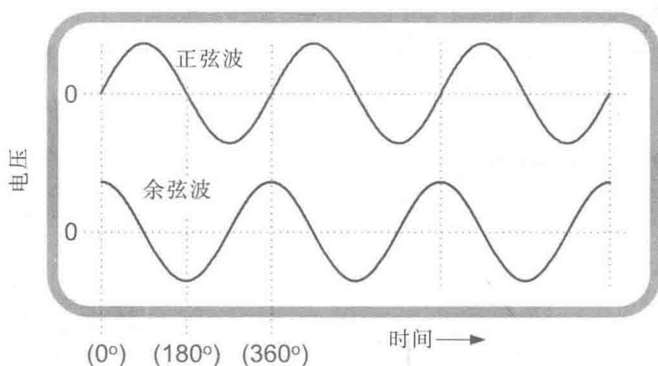


图 2-9　示波器显示出正弦电压和余弦电压的时间关系

2.4.3　其他有用的周期模拟信号

所有的正弦波电压都是周期性的，但并不是所有的周期性电压都是正弦波电压。在信号处理领域的诸多应用中，包括有时候为了测试，还会用到一些特殊的周期模拟电压信号。

图 2-10 给出了一个周期为 0.5s 的**方波**电压信号，也就是说每秒振荡两次。方波的**周期**为 0.5s，意味着其每隔 0.5s 重复振荡一次。注意这样的两极电压是如何在两个电平之间快速切换的。正如我们看到的，方波信号的形状不一定是方的。图 2-10 所示的曲线是矩形而不是方形。别人在讨论方波的时候，他们实际上指的是一个在两个电平上来回切换，且每个电平值占用一半时间的信号。（图 2-3a 中示波器屏幕下方的两个电压波形就是方波。）

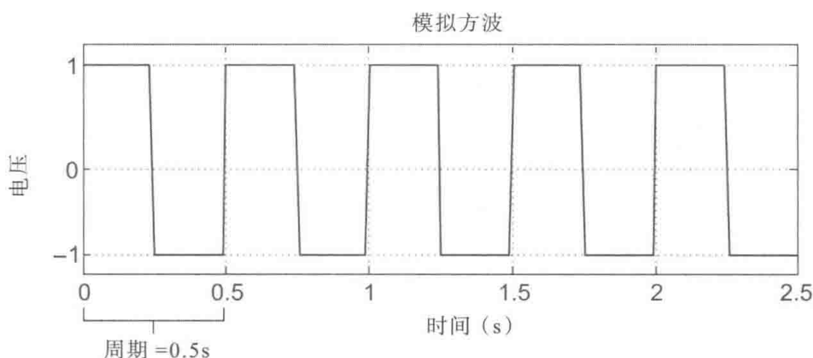


图 2-10　模拟方波

我们称图 2-10 所示信号为模拟方波，因为它满足我们对模拟信号的定义。也就是说，当我们在纸上画方波信号的时候，我们的钢笔或铅笔的笔尖不会离

开纸的表面，即方波是连续的。

在我们的台式电脑或笔记本电脑中，有一种被称为**时钟信号**的方波信号，其周期为常数值，是用来控制电脑中的各个电路单元同时工作的。如果一台电脑的时钟频率是 500MHz，那么这台电脑内部会产生且使用一个每秒 500 万次循环的方波时钟电压信号。时钟频率越高，电脑的运算速度越快。技术上，每秒循环一次是指 1Hz。我们将在第 3 章详细讨论频率的概念。

> **小贴士**
>
> 在 20 世纪 70 年代末，雅达利和苹果量产的早期个人电脑内部时钟频率约为 1MHz（每秒循环 100 万次）。在撰写本文时，时钟频率为 4GHz 的个人用电脑已经很普遍了，其运行速度也已经得到了惊人的提升。如果汽车领域从亨利福特早期大量生产 Model-T 开始也具有同样的进步速度的话，那么现在的汽车时速将会达到 288 000km/h，比现在的波音 747 飞机的速度还要快上 300 多倍。

你会不时听到信号处理工程师们提到**三角波电压**，这也是一个周期电压波形，如图 2-11 所示。我们很容易看出来它为什么被称为三角信号。

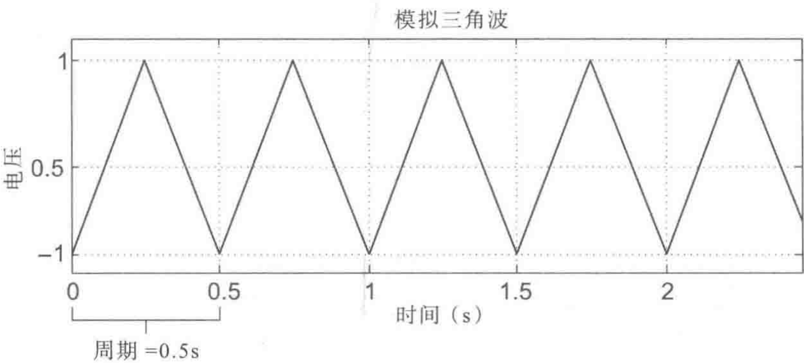


图 2-11　周期三角波模拟信号

我们将会在第 3 章对方波和三角波进行讨论。既然我们已经对电压的意义有了一定的了解，那接下来我们就回到模拟信号的讨论上来。

2.5　人类语音模拟信号

为了增加我们对模拟信号的了解，我们首先观察图 2-12a，图中显示的是

“进取号”飞船的船长柯克船长讲“Mister Spock”时麦克风的输出电压。电压波形的变化非常复杂。显然，图2-12a所示并不是实际声音的波形，而是声音的模拟电压。如果我们放大这个电压并把它连接到扬声器的终端，我们将会听到实际的声音“Mister Spock”。在这种情况下，变化的电压使得扬声器的纸盆不断振动，产生随着大气压强而变化的移动波形。我们的耳朵把大气压强的变化转换为电信号传递到大脑中，然后我们就会听到柯克船长的声音。

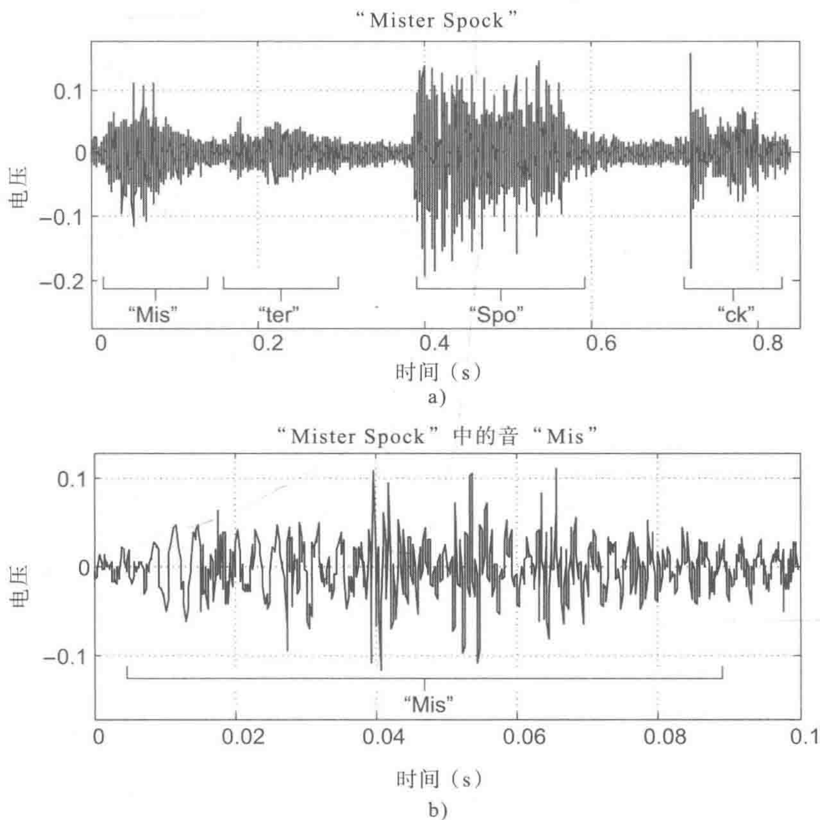


图2-12 模拟声信号：a)“Mister Spock”；b)“Mis”

将图2-12a中“Mister”这个单词的第一个音“Mis”的波形放大，如图2-12b所示，我们可以仔细观察图2-12a中显示的模拟电压的复杂波形。信号处理人员每天处理的都是类似这样的电压波形，对这种信号进行采集、检测和分类，有时候还需要对这样的模拟电压信号进行修改。在后面的章节中，我们将会学到一些有用的处理模拟信号的方法。

小贴士

音频工程师有时会把多个音频模拟信号混合起来产生新的音频信号。例如，在1998年的电影《哥斯拉》中，有一个画面是野兽在横穿纽约市时造成巨大混乱。建筑物倒塌的声音被加入到攻击直升机的声音中。把多种音频信号混合起来称为混音，或普通的**混合**（但是，音频混合工程师不叫调音师，“调音师”这个称号留给了另外一类专业人员）。

2.6 本章要点

本章涉及许多技术方面的知识，阅读完整个章节鼓励一下自己吧，因为我们已经学到了许多有关模拟信号处理的理论知识。

你也许会觉得对于一本讲述数字信号处理的书来说，我们在这一章花费了太多的篇幅来描述模拟信号。不要着急，我们没有浪费时间、纸张和墨水。所有我们学到的关于模拟信号的概念都有助于我们理解数字信号。

本章需要记住的概念有：

- ❑模拟信号是取值随时间变化的、携带信息的物理量。
- ❑物理量如速度、振动、温度、声压和光强都能转换成电缆上的电压，使我们能用示波器来观察它们。
- ❑信号处理工程师主要处理电压随时间变化的模拟信号。
- ❑周期性变化电压，如正弦余弦波电压，在信号处理领域很常见。
- ❑周期电压单位时间内的重复次数称为频率。
- ❑频率通常用赫兹（Hz）来度量，1Hz是指每秒一次循环。

第3章

模拟信号的频率和频谱

在第 2 章，我们分析了一些随着时间变化的模拟信号图像。这些图像对于我们理解具体的模拟信号的本质是非常重要的。然而，还有另一种有用且很直观的描述模拟信号的方法，称为信号的**频谱**。尽管在日常生活中很少碰到频谱的概念，但那些从事信号处理的人们每天都会研究分析信号的频谱。当工程师评估（分析）模拟信号时，了解其频谱就和一个医生知晓病人的体温、血压和心率一样重要。

所以，在学习信号处理的过程中，我们必须要了解什么是信号的频谱，并且理解为何频谱如此重要，这就是本章的目的。不过在讨论什么是频谱之前，我们有必要简要地回顾下**频率**的有关概念。

3.1 频率

第 2 章已经介绍了频率的概念，但这里将给出更为严格的定义。

频率是周期（重复）现象的性质，它是某个重复过程在某个特定的时段内出现的次数。就是说，频率是单位时间内循环的次数。比如，汽车仪表板上的转速计指针指向 2，意味着汽车的引擎以转速（Revolution Per Minute，RPM）为 2000 转每分钟的速率重复旋转，每一转都是一个重复过程，其频率是 2000 转 / 分钟。

3.1.1 频率的定义

第 2 章讨论了撞击音叉发出的声音的特征，以及其震荡声波是怎样到达麦克风的。如果麦克风的输出线连接到示波器的输入端口上，它便会显示图 3-1 所示的正弦电压信号曲线。比如，一个音叉可以用来定义钢琴键盘上 A 键的标准音高（中央 C 右侧的 A）。这种标准音高叫作“A440”。因此，在 3-1 中这个正弦模拟波形的振荡频率是 440 赫兹（每秒振荡 440 次，即每秒 440 个周期）。为方便起见，工程师通常把 440 赫兹写成 440Hz。

另一个你可能比较熟悉的关于频率的概念便是家里墙上插座提供的交流电源。根据地理位置的不同，交流电的频率为 50 或 60Hz，比如在美国，你会在厨房里任一个用电器的底部嵌板上看到“60Hz”的参数。

表 3-1 是一个供电线路频率的列表。交流电源线路电压是正弦波形，也就是说火线与零线间电压会在正负之间来回波动，如图 3-1 所示。

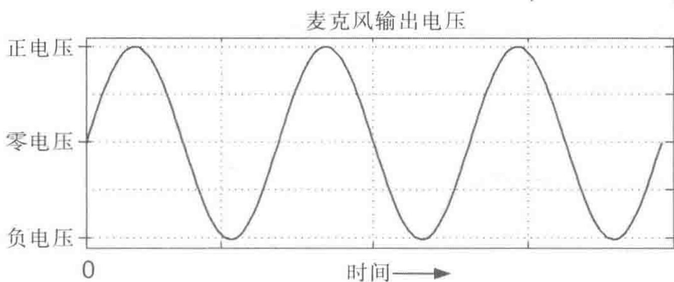


图 3-1 麦克风输出的音叉声音的模拟电压

表 3-1 交流电源线路频率

地方或国家	频率
北美洲和中美洲	60Hz
欧洲、中国、印度、非洲	50Hz
南美洲、日本	60Hz 和 50Hz

小贴士

在电学早期发展史上，频率的表示单位是周期每秒。因此，在旧式手机的调谐刻度盘上，我们会发现类似“千周每秒”和“百万周每秒”的频率表示单位。在 20 世纪 60 年代，欧洲和北美的科学协会开始采用赫兹作为频率的单位，以纪念德国物理学家海因里希·赫兹，正是他在 1887 年首次提出并论证了无线电波的传播与接收理论。

作为频率的单位，单音节词“Hertz”是个不错的选择，因为它朗朗上口而且在英语发音中很像双音节。我们很庆幸他的姓不像阿诺德·施瓦辛格那样长。

信号处理工程师处理的信号频率范围很宽，音频工程师处理的模拟信号频率范围为 20 ~ 20kHz，无线通信工程师处理的频率范围在几千到几千兆赫兹之间。手机的工作频率一般在 900MHz 频率以下。普通微波炉里的辐射频率大约是 2.5GHz。宇航员监测的恒星辐射频率可达万亿赫兹。表 3-2 给出了在现代科技中用到的各种频率的名称和注释，图 3-2 则给出了一个粗略的图形化的描述。

表 3-2 频率术语

频率	科学注释	术语
1000Hz	10^3Hz	千赫兹（kHz）
1 000 000Hz	10^6Hz	兆赫兹（MHz）
1 000 000 000Hz	10^9Hz	千兆赫（GHz）
1 000 000 000 000Hz	10^{12}Hz	太赫兹（THz）

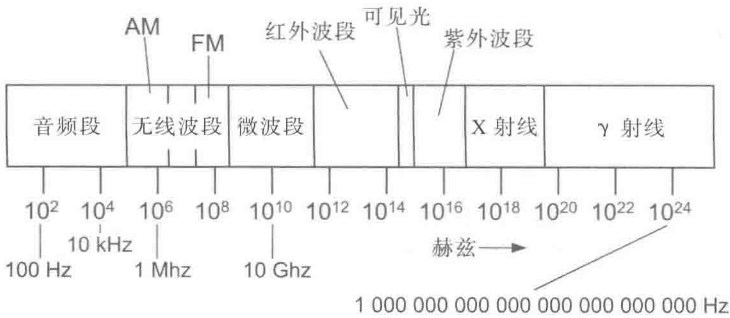


图 3-2 在现代科技中用到的频率波段

鉴于读者以前没有接触过这些，我们在表 3-2 中列出了**科学计数法**的一栏，它能让工程师和科学家们用一种方便且精确的方法来表示一个很大或者很小的数值。附录 A 中将给出这样描述大数字的方法的回顾。

注意，“kHz”里的“k”是小写字母，这不是印刷错误。几十年来，千赫兹被缩写成了“kHz”，兆赫兹被缩写成带大写字母“M”的 MHz。仅此而已。

3.1.2 频率的表示

你偶尔会听一个工程师用**弧度每秒**这个术语来表示一个正弦或余弦波的频率。要解释人们为何用这样的表示方法并不难。

你应该记得几何里学过圆周长等于 π 乘以它的直径。直径是半径的两倍，所以圆周长也可表示为 2π 乘以半径。就像图 3-3a 所示，环绕圆一周是 360°，也是 2π 弧度，有时也缩写为 2π。所以 360°（一圈）等同于 2π 弧度，1 弧度等于 360°/2π，大约为 57.3°，如图 3-3b 所示。

再强调一遍，在几何上我们把一周用 360° 表示，但对工程师来说在数学运算中用 2π 弧度来表示一周更加方便。“正弦波的频率是 6280 弧度每秒”，就是 6280/2π=1000Hz（转每秒）的行业内说法。

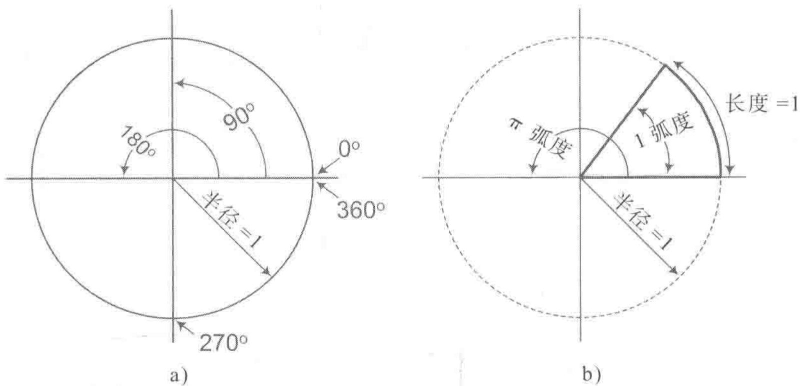


图 3-3　圆里的角度展示：a) 360° ；b) 2π 弧度

3.2　频谱的概念

至此，我们已经了解了一些不同波动模拟信号的图像。如图 3-1 所示，我们看到的是二维图，纵坐标表示信号的瞬时幅度（能量），横坐标表示时间。这种表示一个信号电压幅度随时间变化的图象就叫作**时域图**，横坐标的单位通常是时间。另一种有效且重要的表示模拟信号的方法是描述其频率分量。一个信号的频率分量便称作**频谱**。

对我们来说，信号频谱是组成这个信号的不同频率的正弦波的组合。你可能对频谱的概念有所了解：让一束白光穿过一只玻璃棱镜的一边，多彩光将会出现在棱镜的对边，正如图 3-4 所示。这是因为光从一种介质（空气）进入另一种介质（玻璃）时会改变传播方向，这种现象叫作折射，折射的多少取决于光的频率。所以一个棱镜可以用来把光分成它构成的光谱的颜色。图 3-4 告诉我们白光其实是多种颜色光的组合。

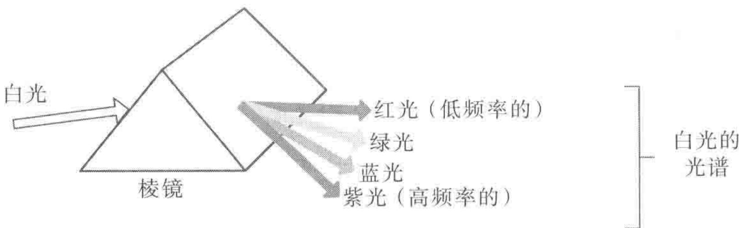


图 3-4　将组成白光的各种颜色从白光里分开出来（光谱）

> **小贴士**
>
> 观察空中的彩虹吧，大气层里的每个小水滴都像一只棱镜。光线进入一滴水时发生折射，从水滴的内部折射出来，离开水滴时又发生一次折射，这样就形成了彩虹。如果你有幸看到双彩虹，第二个彩虹就是光在雨滴里折射两次形成的。有趣的是双彩虹里第二个彩虹颜色排列的顺序相对于第一个是反的。

3.3 模拟信号频谱

有了频谱的概念，工程师可以用如图 3-5 所示的**频谱分析仪**显示和测量模拟信号的频谱。这样的仪器能显示一个由多种频率的正弦波的组合而成的模拟信号的频谱。我们来看看一些模拟电压信号的频谱吧。

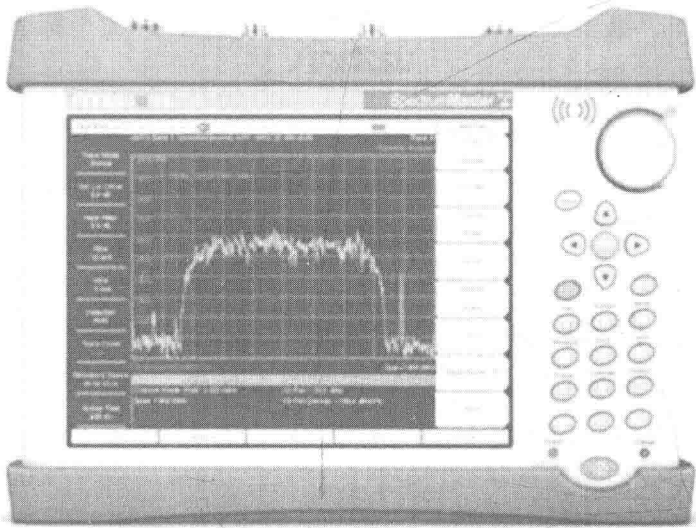


图 3-5 市面上常用的模拟频谱分析仪

假定一个麦克风的输出电压是一个 100Hz 的正弦波，如图 3-6a 所示。将这个电压连接到相应仪器的输入端口上，会在上面显示其**频域**图像，如图 3-6b 所示。频域图像的横坐标总是以频率 Hz 为单位。前排控制嵌板可设置仪器显示频率的初始值和终止值分别为 90Hz 和 110Hz。

频谱分析仪内部具有一个调频能量检测器，首先将调频检测器调谐到起始频率 90Hz 上，那么在 90Hz 的频率上，频谱分析仪检测不到信号的能量，就会在

横坐标 90Hz 处显示频谱能量为 0。同理，91Hz 也是一样。依次，让检测器在 92 ~ 99Hz 范围内扫描，其频谱能量都将为 0。然而，当调频检测器被调制到 100Hz 时，频谱分析仪显示在 100Hz 处有一个很高的输入能量。如图 3-6b 所示，仪器就会在 100Hz 的频率值显示很高的垂直的尖峰值。

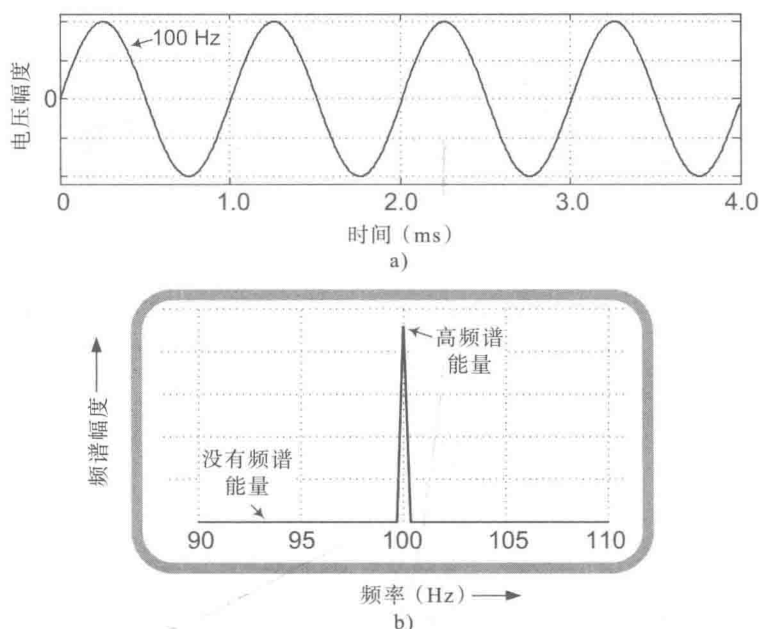


图 3-6　一个 100Hz 的模拟正弦波：a) 时间域波形；b) 频谱分析仪上的频谱图

继续让频谱分析仪的调频检测器依次从 101Hz 扫描到 110Hz，在任何一个频率里都检测不到频谱能量，那么频谱分析仪的显示屏会在 101 ~ 110Hz 范围的频率上显示检测能量为 0，如图 3-6b 所示。单独的垂直冲激信号告诉我们仪器的输入电压包含一个 100Hz 的正弦波形，如图 3-6a 所示。

要是工程师想要核实麦克风输出正弦波电压的频率，有两种方法。第一种，用示波器看电压的时域波形，如图 3-6a 所示。如果测量到一个震荡的持续时间为 0.01s，就能得知在一秒的时间间隔内震荡出现了 100 次。因此正弦波的频率是 100Hz。

第二种频率测量方法简单一些。工程师只需要将正弦波电压连接到频谱分析仪的输入端口上，观察如图 3-6b 所示的频谱显示图来确定冲激频谱振幅的频率位置，从而迅速得知正弦波的频率确实是 100Hz。

需要指出的是，工程师们有时用示波器观察模拟信号的振幅时域波形，有时用频谱仪观察模拟信号的频率分量（不考虑时域）。频谱仪是很有用的检测仪器，

因为它的初始和终止频率能设置成几十赫兹到几十亿赫兹内的任意范围。示波器和频谱仪对工程师的重要程度就像铁锤和锯子对木匠的重要程度一样。

有了频谱分析仪，我们可以撞击一个已调未知频率的音叉，靠近一个麦克风，这个麦克风的输出线连接到分析仪的输入口。这样，观察分析仪显示的窄窄的频谱冲激信号的横坐标频率值，就可以确定音叉的已调频率了。很方便吧？

3.3.1 一个复合信号频谱的例子

为了加强对信号频谱的理解，我们看看图 3-7a，其中虚线曲线表示 100Hz 的幅度较大的正弦波，里面还有一个 200Hz 的幅度较小的波，用点虚线表示。（注意，200Hz 的波形在 100Hz 的波形一个完整的震荡周期内震荡了两次。）

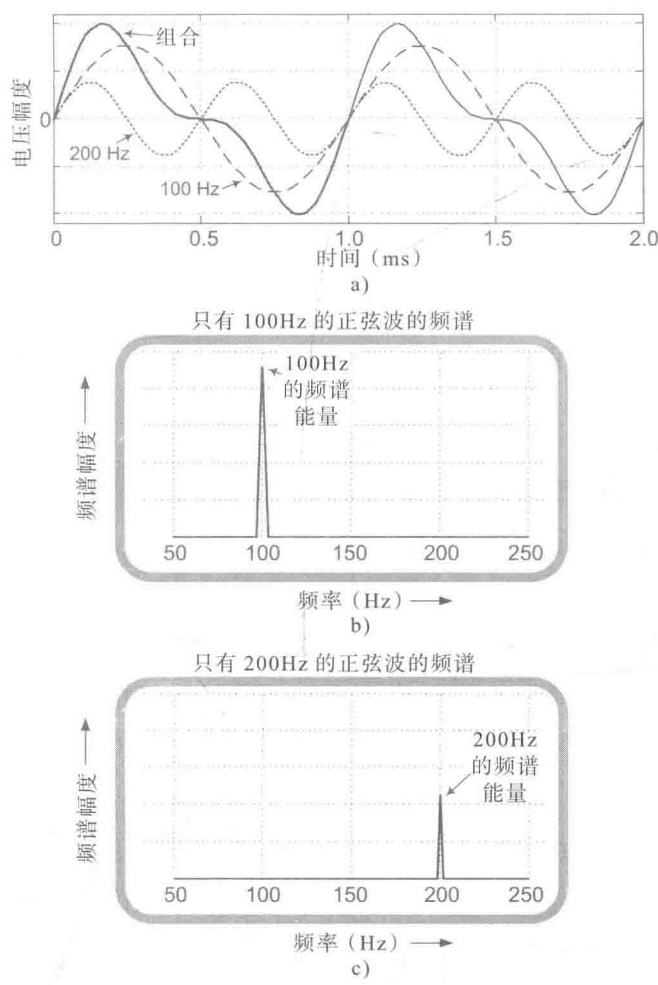


图 3-7 一个 100Hz 的正弦波和一个 200Hz 的正弦波：a) 时域图；b) 100Hz 波形的频谱；c) 200Hz 波形的频谱

图 3-7b 和图 3-7c 分别为 100Hz 和 200Hz 的正弦波频谱。由于 100Hz 的振幅比 200Hz 的大，图 3-7b 的频谱能量尖峰高度会比图 3-7c 中的高。

如果我们将两种频率的信号混合起来，合成波形图像结果就会像图 3-7a 中实线所示。注意，实线的某一时刻的值是该时刻虚线的值与点虚线的值之和。比如，在 0.8 秒时，点虚线代表的 200Hz 的信号为零，所以组合图像的值便和 100Hz 的一样了，在那个时间点，组合波形值等于 100Hz 信号的值加上零。

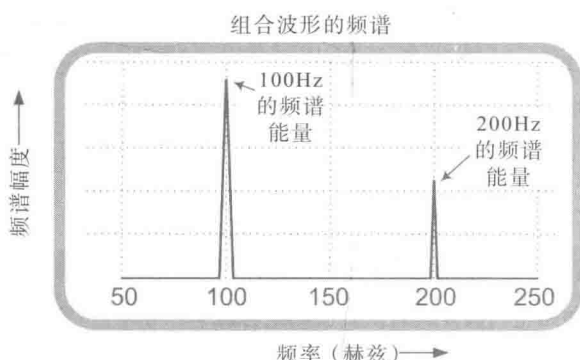


图 3-8　组合波形的频谱

图 1-17a 中组合波形的频谱如图 3-8 所示。图 3-8 频谱波形值是图 3-7b 和图 3-7c 的和。从图 3-8 中我们可以得出模拟信号最重要的性质之一：

两个模拟时域波形的组合频谱等于这两个波形各自的频谱的和。

3.3.2　谐波

我们现在介绍一个和模拟信号频谱相关的重要概念——**谐波**，它是一个时域信号中不需要的频谱成分。谐波的存在能导致信号波形的失真。我们现在看着图 3-9a 的时域图开始关于谐波的讨论。在这幅图中，实线代表一个幅度较大的 2Hz 的正弦波，虚线和点虚线分别代表幅度稍小的 6Hz 和 10Hz 的正弦波。

如果将图 3-9a 中三种正弦波混合在一起，组合波形就如图 3-9b 所示。假如你能够接受这样的类比，给 1/4 杯的 2Hz 的波形加上 4 茶匙的 6Hz 的波形，再加上 2.5 茶匙的 10Hz 的波形，它们的混合便是图 3-9b 中的样子。我们可以看到这个波形很像一个方波。6Hz 和 10Hz 的波叫作 2Hz 的奇次谐波，因为 6 和 10 是 2 的**整数倍数**，也就是说，6=3 × 2，10=5 × 2。而 3 和 5 都是奇数，也是**整数**。那我们就可以把图 3-9b 中的波称作“2Hz 方波”，因为它在一秒的时间间隔内重复了两次。

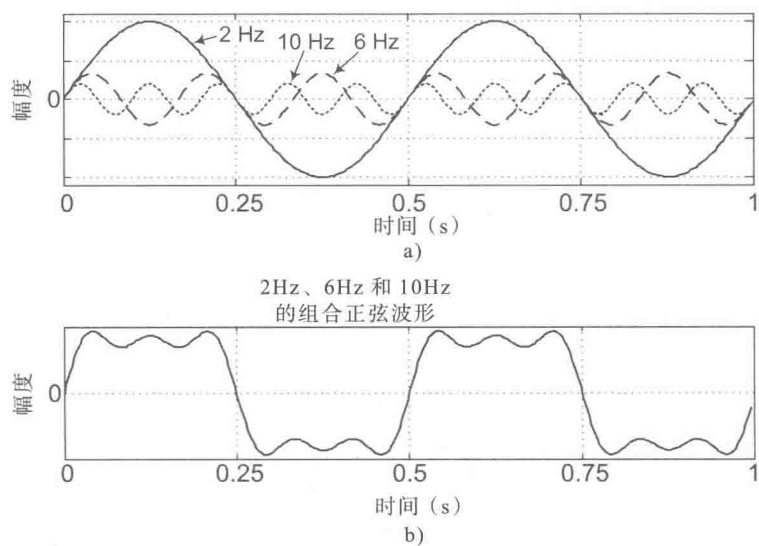


图 3-9　一个 2Hz 的模拟方波信号：a) 初始的 2Hz 正弦波及其最开始的两个奇次谐波；b) 初始正弦波及其奇次谐波的组合波

同时，将图 3-10a 所示的低振幅的 14（7×2）Hz 和 18（9×2）Hz 的谐波正弦波，加到图 3-9b 所示的信号上，会显示出如图 3-10b 所示的一个更像方波的波形。

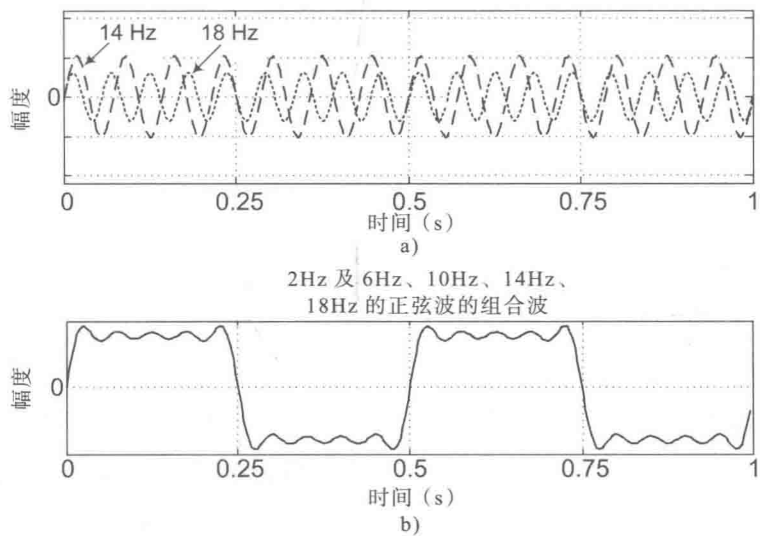


图 3-10　一个 2Hz 的方波信号：a) 初始的 14Hz 和 18Hz 的正弦波；b) 初始的 2Hz 的正弦波及其最开始的四个奇谐波

可以看到，我们向 2Hz 的正弦波加的奇谐波分量越多，合成波形就更像一

个 2Hz 的方波。因此，可以说方波是由一个正弦波基波和这个正弦波的谐波组成的，或者说方波包含一个正弦波基波和这个正弦波的所有谐波。同样，我们可以将上述的 2Hz 方波的例子推广到其他频率，例如将 5kHz 的正弦波与其奇次谐波 15kHz、25kHz、35kHz 和 45kHz 相加，也可得到类似图 3-10b 所示的每秒重复 5000 次的方波。

图 3-10b 中的波形的频谱在图 3-11 中显示。图 3-10 中 2Hz 的频谱成分被称作“基波”，因为图 3-10b 中的波形频率为 2 周期每秒。

图 3-11 所示的频谱图对于初学信号处理的读者来说，可能会显得新奇而且有点难以理解。实际上，图 3-11 只是告诉我们，图 3-10b 中的时域波形包含一个给定振幅的 2Hz 正弦波，以及较小振幅的 6Hz、10Hz、14Hz、18Hz 的正弦波。

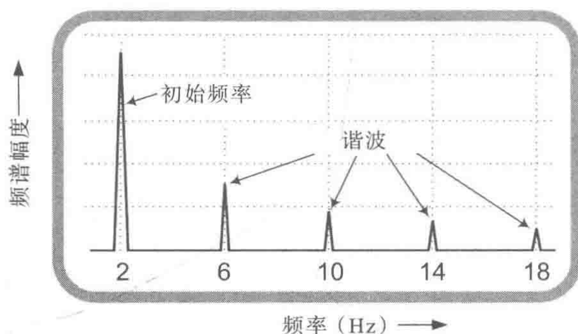


图 3-11　一个 2Hz 模拟方波的频谱图

为了阐明方波的确包含奇谐波，我们可以设计一个音频检测系统，该系统包含一个精心设计用于检测 18Hz 正弦波的音频声调的麦克风。检测到 18Hz 的音频信号输入到该麦克风时，系统就会亮报警红灯。现在，我们将图 3-10b 所示的 2Hz 方波电压通过扬声器输入上述音频检测系统中，那么该系统会突然点亮警报灯。这是因为音频声调检测系统能识别出 2Hz 方波在 18Hz 处的谐波成分，如图 3-11 所示。单频率正弦波电压不包含谐波但包括方波电压。

我们可以从这些关于谐波的讨论中得出一个结论，这也是信号处理中最重要的原理之一：

一个像方波那样有着很突然的幅度变化的时间信号，比一个单频率的有着更为平缓的幅度变化的正弦信号包含更高频率的频谱分量。

3.3.3 谐波失真

在实践中，谐波是有害的。下面来说一说原因：考虑一个干净的如图 3-12a 所示的模拟 5Hz 正弦波及其频域频谱图 3-12b。

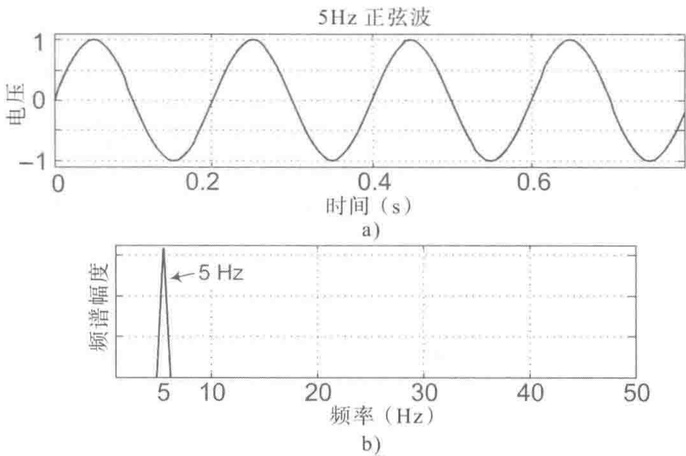


图 3-12　一个 5Hz 正弦波电压：a) 时域图；b) 频域图

让我们假想图 3-12a 中的 5Hz 的正弦波电压施加到一个有故障的放大器上，放大器的输出便为图 3-13a 所示的失真电压波形，由于放大器本身性能的局限性使得原本正弦信号的正负峰被消平了。这种失真就叫作谐波失真，因为放大器的输出信号的频谱包含不需要的谐波频率成分正如图 3-13b 所示。

我们需要清楚地认识到，图 3-13b 中的谐波不是导致图 3-13a 中的波形失真的原因，而是由于图 3-13a 的波形失真产生了图 3-13b 的谐波。

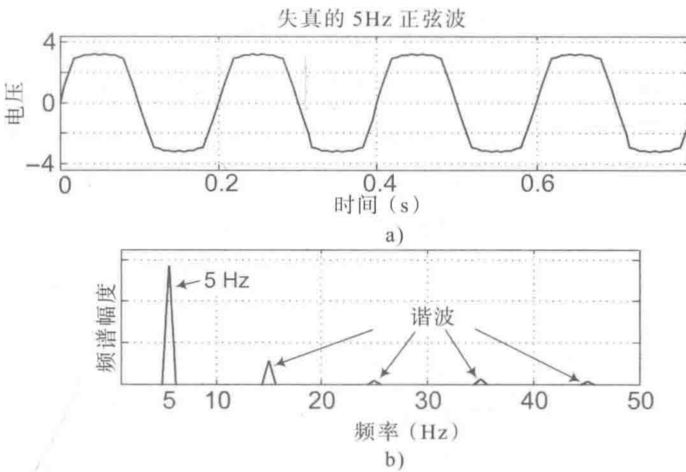


图 3-13　一个失真的 5Hz 正弦波电压：a) 时域图；b) 显示谐波失真的频域谱图

下面讲一个工程上的谐波失真例子，如果我们将图 3-12a 中的模拟正弦波信号替换成由无线广播电台发出的无线信号，并将其施加到一个不完美的放大器上，那么所得到的失真输出便是无线电台所需要的信号加上那些被复制的更高频率的信号。这种情况是绝对禁止的，因为我们不希望一个无线电台产生的谐波对来自另一个附近城市电台的信号产生干扰。这就是为什么无线广播电台的发射机需要精细设计，仅辐射联邦通信委员会授权的频率信号。同样，你的手机包含了精密设计的滤波器，这样它就不会辐射不需要的高频谐波电磁波能量，因为我们不希望你手机发射的信号干扰其他人手机信号的传送。

但是，在音频信号里，谐波是有用的。乐器产生带有与众不同的多重音频谐波的音频声调。这些谐波能让我们将不同的乐器分辨开来。没有了谐波，一架钢琴的中央 C 将会和一把吉他的听起来没什么两样。

小贴士

几十年前，摇滚乐吉他手意识到，如果将幅度非常高的电子吉他信号施加到真空电子管放大器上，由于放大器的缺陷，会产生如图 3-13b 所示的高频谐波失真。然而，这种失真正好产生了丰富的谐波音符，这也正是吉他手们所期望得到的。当晶体管放大器横空出世时，因为改进了技术，谐波失真被减弱了，有一些吉他手们反而不太喜欢这些改进的半导体晶体管，这使得老式的真空电子管放大器非常受欢迎。传言说 Rolling Stones 的主吉他手 Keith Richards 仍然喜爱电子管，由于他还没有回复我们的电话，所以也不能为读者们证实这个传言。

3.3.4 带宽

既然已经了解了模拟信号频谱的基础知识，那我们可以进一步了解另一个重要的概念——信号**带宽**，即一个信号包含的主要频谱能量的频率范围。来看看老式的地基通信电话线路系统，这是个了解此内容的好方法。

人类说话的音频谱如图 3-14a 中的实线所示。当人们对着座机电话的话筒说话时，音频信号包含的频谱能量大约在 80Hz ~ 7kHz 频率范围，所以说人类说话的信号带宽是 7kHz。

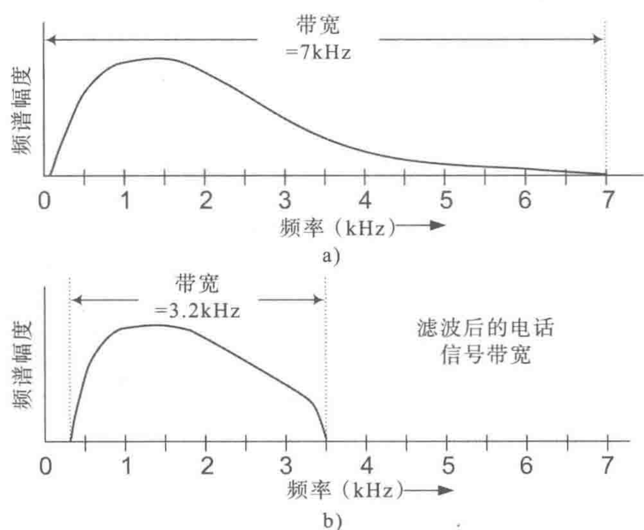


图 3-14　人类说话声音带宽：a) 全频谱带宽；b) 经过电话公司滤波的频谱带宽

出于一些工程实践原因，电话公司要求模拟电话的声音信号，必须只在频谱范围小于 4kHz 的频率上有能量。因此，在电话公司的设备上，一个电话语音信号需要首先通过一个模拟滤波器，它能有效地消除低于 300Hz 和高于 3.5kHz 的频谱能量。这样使得电话公司从一部电话传播到另一部电话的音频信号的带宽被限制在 3.2kHz，如图 3-14b 所示。

在不同的应用背景下，带宽对工程师来说有很多不同的定义。这里，频带宽度用来表示一个信号包含的主要频谱能量的频率范围。电话公司之所以能限制模拟音频信号的带宽至 3.2kHz，是因为大多数人说话的频谱能量范围在 300Hz ~ 3.5kHz 间，而且人们可以轻松地理解一个带宽限制在 3.2kHz 的音频信号。这不是高保真的语音，但可以保证足够流畅的通话质量。

调幅（Amplitude Modulation，AM）收音机电台播送带宽为 5kHz 的音频信号。因此，收音机里的声音效果听起来比电话里的要好。**调频**（Frequency Modulation，FM）收音机电台的音效更好，其左右两个声道的播送带宽都略低于 15kHz。因此，调频收音机发出的管弦乐听起来这么悦耳。玩家们一般将调频广播音频视作**高保真**的。(附录 C 给出了与调幅和调频相关的知识。)

让我们回到之前讨论的音频信号来总结模拟信号带宽的概念。图 3-15a 是柯克船长的“Mister Spock”语音信号（如图 2-12a 所示）的频谱。注意，图 2-12a 是时域图而图 3-15a 是频域图。在图 3-15a 中，我们可以看到语音信号带宽大约为 4kHz。

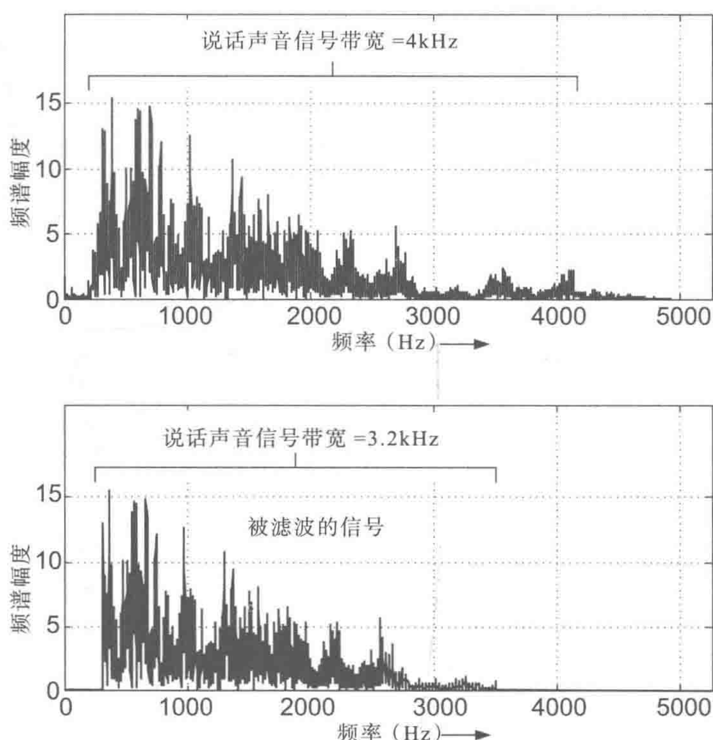


图 3-15　音频信号“Mister Spock”的频谱

如果那种语音电压信号输入电话公司的滤波器，只有范围在 300 ~ 3500Hz 的频谱能量通过，那么滤波器的输出频谱将会如图 3-15b 所示。你发现图 3-15a 和图 3-15b 频谱的不同点了吗？如果是的，那你就有了检查信号频谱的经验啦！因为图 3-15a 中很大一部分的频谱能量通过了滤波器，被滤过的语音信号能很轻松地被接收电话扬声器的输出端感应到。

3.3.5　带宽的其他定义

遗憾的是，如今有一个很常见的关于带宽的不正确定义。当你买了一个新手机，售货员会告诉你“你的手机的带宽是 1.4 兆位 / 秒”什么的。他应该说“你的手机的二进制数据传输速率是 1.4 兆位 / 秒”（我们将在第 4 章中讨论二进制位）。对我们来说，带宽这个词意思非常明确，就是一个频带的宽度，单位为赫兹，而不是二进制数据传输速率。

总之，我们不知道带宽这个词是什么时候被用来描述二进制数据传输速率的，糟糕的是，这种用词错误的确广泛存在。

3.4 本章要点

在本章中，我们接触了频率的概念，也了解了怎样用频域谱图来描述一个模拟信号。我们学习的这些关于模拟信号频谱的概念将会帮助我们理解数字信号。

本章中应该记住这些概念：

- 周期变化的电压，比如正弦余弦波电压，在信号处理领域是很常见的。
- 一个周期电压单位时间内的重复速率，便是频率。
- 频率最常用的计量单位是赫兹（Hz），1Hz 等于每秒一个周期。
- 我们可以用频域谱成分来描述模拟信号。
- 除单频率的正弦余弦波电压外，周期变化的电压的频谱为一个基础频率分量加上谐波频率分量（更高频率的正弦波）。
- 一个信号包含的主要频谱能量的频率范围就叫作信号的带宽。

第4章 数字信号及其产生方式

4.1 什么是数字信号

直到20世纪80年代初期，我们日常生活中的绝大多数信号，如光信号和声音信号，本质上都是模拟的。但是，数字时钟、手机、便携式音乐播放器以及数字电视的出现给我们的生活带来了巨大的改变，正如表1-1表明的那样，世界进入了数字时代。因此我们不禁要问：数字一词意味着什么？**数字信号**又有何意义？本章对这些问题予以解答。

4.1.1 数字的概念

语言的发展是一个复杂而且不可预测的过程。据我们所知，数字（digital）这个词的定义起源于用手指计数的概念（拉丁词digitus意为手指）。如果某人要求你伸出右手手指表示除零以外的数字，那么你就有五种选择。你可以伸出1～5根手指（你的拇指算一根手指）。伸出手指的数目则是这仅有的五种可能性中的一种。因此，我们可以说你伸出的手指数就是一个数字量。对我们而言，数字一词表明从确定数目的几种可能性中做出一种选择。**数字量**是从固定的一组数字中选出的一个数字。不要担心，我们会用许多例子来阐明数字化的意义。

然而，在两个不同的电子技术领域中，数字信号这个术语有两个公认的定义。这两个定义是截然不同的，因此下面的章节将仔细描述它们。

4.1.2 数字信号定义I

数字信号的第一个定义实际上与本书中一直谈论的**模拟信号**有关。手机、高清晰度电视和电脑中都有模拟电压信号，它们看起来像图4-1所示的信号。（工程师们可以用示波器清楚地看到图4-1所示的电压波形。示波器如图2-3a所示。）

图4-1 一种称为数字信号的模拟电压信号

电子硬件内部的这些电压表示了某种类型的信息。例如，当你用台式打印机打印文档时，如图4-1所示的电压将通过电缆从你的电脑传输到你的打印机。你

的打印机可用来分析这个电压信号并打印相应的字母、数字，或者二维图像（图片）。图 4-1 中电压波形通常称为**数字信号**，因为电压在任何时刻都处在一个只有两种可能的电压水平上。在该示例中，电压在任何时刻的值要么是 0V，要么是 4V。

经过深思熟虑的你现在可能会问：“等一下！如果我把图 4-1 的电压画在一张纸上，那么我的铅笔尖永远不会离开纸张的表面。这不正是模拟信号的主要特征吗？”答案是肯定的。图 4-1 中的电压的确是一个模拟电压信号，但由于其电压值在任何时刻总是两种可能的值之一，因此它就是电子硬件设计工程师们所说的数字信号。所以我们只接受一个事实，即图 4-1 的电压通常被构建电子硬件的工程师们称为数字信号。

数字信号定义 I：在两个不同的电压值之间变化的模拟电压信号。

4.1.3　数字信号定义 II

数字信号的第二个定义更为常见，因此需要谨慎解释。作为一个日常例子，当你看向一个有旋转分针和时针的标准挂钟时，它的分针可能正指向数字 2，这告诉我们这个小时已经过去 10 分钟，如图 4-2a 所示。在接下来的 60 秒，分针将慢慢旋转至这一小时第 11 分钟，如图 4-2b 所示。而对数字时钟来说，在这一小时的第 10 分钟，分钟显示屏将显示数字 10，并且在接下来的 59 秒内它会继续显示数字 10。然后突然之间，数字时钟的分钟显示快速切换到数字 11。与旋转时钟不同，一个数字时钟不能显示 10 ~ 11 分钟之间的任何时间。因此，数字时钟上的分钟显示屏显示只能是 60 个可能的整数中的一个：00,01,02,03，…，58 或 59。

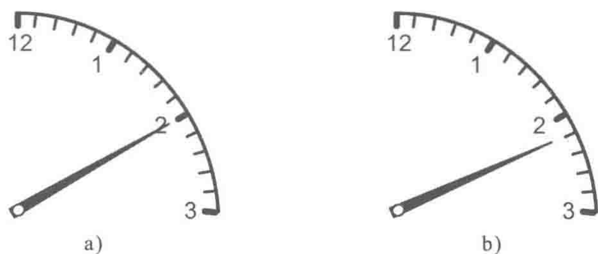


图 4-2　旋转时钟中分针的位置：a) 整点后 10 分钟的位置；b) 整点后 11 分钟的位置

另一个类似的例子如图 4-3a 所示，典型的汽车仪表盘速度表显示了汽车的速度，以英里 / 小时[⊖]计算。速度表的指针顺利地从左向右移动。然而，一些现代汽车的数字速度表显示一个易于阅读的数字，如图 4-3b 所示。我们习惯

⊖　1 英里 / 小时 =0.447 04 米 / 秒。

把图中的 48 称为一个数字量，正如我们前面将数字时钟上显示的数字称为数字量一样。

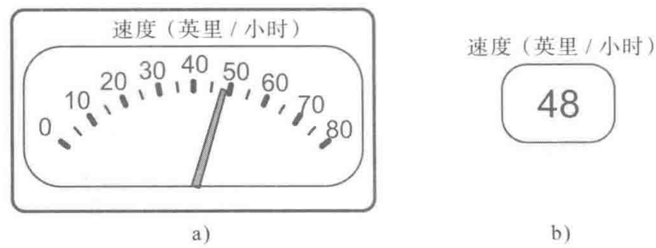


图 4-3 汽车车速显示表：a) 老式的模拟指针显示；b) 数字显示

好了，现在让我们考虑一个数字序列。我们首先回顾位于密歇根州马奎特市的低温和高温曲线，如图 2 - 1 所示。这里只显示低温曲线，如图 4-4 所示。

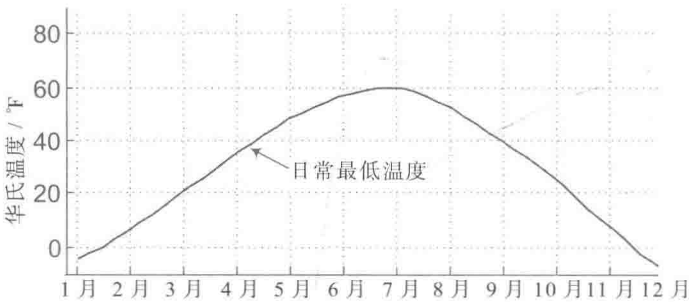


图 4-4 密歇根州马奎特市平均室外最低温度

现在假设我们已经取得如表 4-1 所示的一年中每个月第一天的最低气温，而没有图 4-4 的低温模拟曲线。

如果我们用点来表示表 4-1 中由 12 个数组成的序列，并按每个数对应一个点的方式绘制出来，我们将得到如图 4-5 所示的图形。用点来绘图很重要，因为表格 4-1 中的温度值列表也称为数字信号，而图 4-5 则是对这个信号的图形化描述。

表 4-1 最低温度（每月的第一天）

月份	最低温度（℉）	月份	最低温度（℉）
1 月	–3	7 月	59
2 月	6	8 月	51
3 月	19	9 月	39
4 月	33	10 月	22
5 月	46	11 月	6
6 月	55	12 月	–2

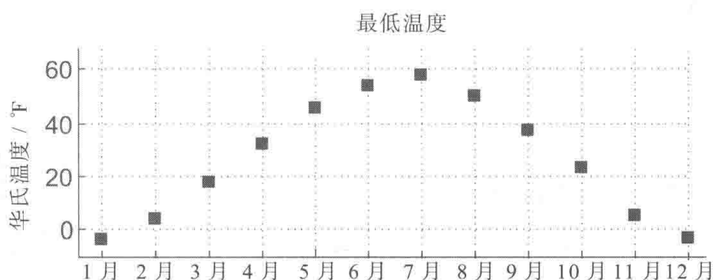


图 4-5　室外最低温度的离散序列

为了规范本书的术语，可以称表 4-1 中 12 个数字组成的列表为：

- ❑ 数字信号（不是最合适但却是目前为止最常见的术语）
- ❑ 数字序列（偶尔使用）
- ❑ 离散序列（这是最合适的术语，但不常用）

那么，对数字信号的定义可以表示为：

> 数字信号定义 II：一个由离散且相互独立的数字组成的序列。后面的章节将沿用这一定义。

现在我们转而考虑图 4-4 中平稳变化的模拟温度信号和图 4-5 所示的离散并且在时间上等间隔分布的数字温度信号之间的根本区别。这两个信号都在告诉我们马奎特市的室外低温在一年内的变化情况。之后，我们将了解在什么情况下数字信号比模拟信号更有用。

4.2　数字信号的产生方式

可用于生成数字信号的常见方式有三种。本节讨论每种方式。

4.2.1　通过观察产生数字信号

图 4-5 中的数字信号是通过观察得到的。在一年多的时间里，每个月的第一天都会有人去观察温度计，并且记录当天的最低温度。然后观察者在表 4-1 中列出这 12 个温度值。表 4-1 中列出的代表温度的物理量，即数字信号，是通过观察得到的。

通过观察生成数字信号的另一个例子是苹果公司股票份额的每日收盘价。用美元来衡量这些经过三年时间观察得到的价格，它们将形成如图 4-6a 所示的一

个数字信号，即一个离散的数字序列。

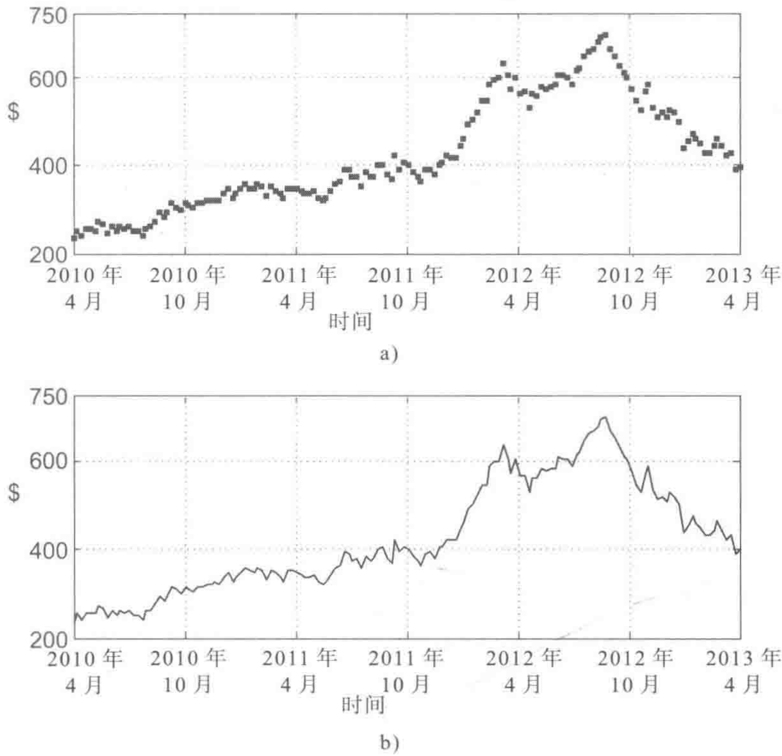


图 4-6 苹果股票收盘股价：a) 每日股价以点的形式画出来；b) 较好的显示方法是将这些点连成线，然后删除点

股市分析师就像这样定期记录、编制和检查每日股票历史价格。然而，分析师们不像我们在图 4-6a 中做的那样，绘制出一系列的价格点，而是将点用线连接，然后删除这些点，产生如图 4-6b 所示锯齿状曲线。注意，图 4-6b 中的曲线不是一个连续的模拟信号。这仅仅是一种用来生动地刻画图 4-6a 中数字化数据的流行方式。

至于图 4-6 的信息内容，很多人不会对其中的数字感兴趣。然而，对于那些在 2012 年夏季购买或出售的苹果公司股份的人来说，图 4-6 包含了关键的信息。

小贴士

感谢互联网，你可以查询各大证券交易所注册的公司的历史股票股价。你可能需要访问该网站，http://finance.yahoo.com，来检查你的雇主从前以及当前的股票价格。

4.2.2　通过软件产生数字信号

产生数字信号的另一种方法是通过计算机软件模拟。工程师经常使用软件来创建用于分析和测试的数字信号。工程师们可以这样得到的数字信号，即存储在计算机的存储器中的数字列表，这些数字信号可能代表了工程师所选择的某个物理量。第 5 章将给出用软件生成数字信号的几个例子。

4.2.3　通过采样模拟信号产生数字信号

迄今为止，产生数字信号最常见的方法是**采样**。采样是用一列数字表示一个模拟信号的过程。采样的过程如图 4-7 所示。一个模拟电压信号施加到一个称为**模 – 数转换器**的电子器件上。方便起见，我们把模 – 数转换器称为 ADC。ADC 的输出是一个数字序列，*n*1，*n*2，*n*3，…，它存储在计算机的存储器中。这个数字序列就是通过采样模拟电压信号得到的数字信号。

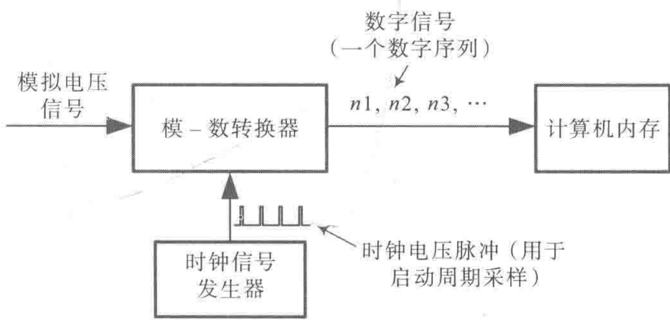


图 4-7　采样：将模拟信号转换成数字信号，以便存储在计算机内存中

采样过程的关键在于 ADC 周期性间隔的时钟脉冲信号。这些脉冲确定了 ADC 的采样时刻，并测量对应采样时刻点的模拟电压瞬时值，最后产生一个对应该瞬时值的数字，代表该时刻模拟电压信号的瞬时值。让我们来看一个采样模拟信号的例子。

采样过程的输入和输出信号如图 4-8 所示。假设 ADC 的输入信号是如图 4-8a 所示的模拟正弦电压信号，垂直箭头表示对 ADC 模拟输入电压的等间距采样。

样本值，即由 ADC 输出的 20 个数字组成的序列，如表 4-2 所示。这些样本值以图形的形式表示为图 4-8b 中的点，每个点代表一个样本值，即采样序列中的一个数。

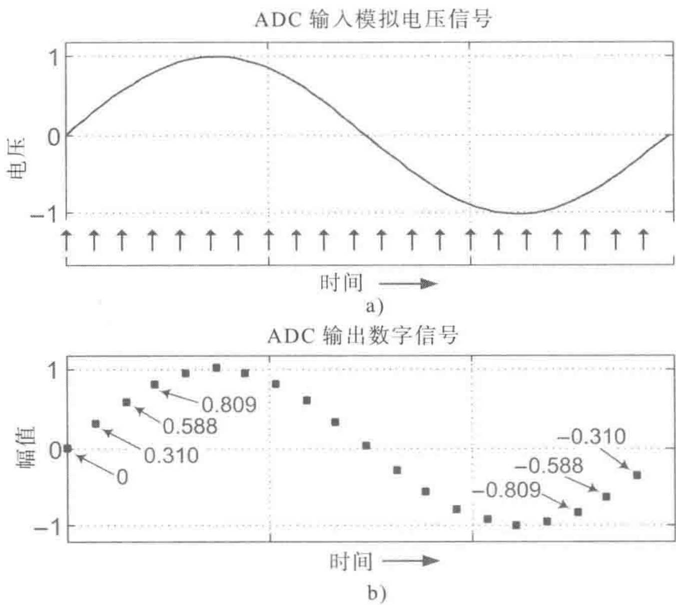


图 4-8 模 – 数转换器操作：a) 模拟信号输入；b) 数字信号输出

与绘制连续的模拟信号不同的是，如果我们以时间为横轴，在纸上将 ADC 的输出序列画出来，那么钢笔或铅笔尖肯定会离开纸面。

表 4-2 中的数字序列由 ADC 的输出数字信号组成，并且这些数字可以存储在计算机的存储器中。我们将 ADC 输出的样本值，即序列中的数字，在图 4-8b 中以点的形式表示，作为图 4-8a 中所示模拟信号的采样版本。因此，表 4-2 中的数字序列，以及图 4-8b 中描绘的点，就是数字信号。

表 4-2 正弦数字信号的样本值

第 1 个样本 =0	第 11 个样本 =–0.001
第 2 个样本 =0.310	第 12 个样本 =–0.309
第 3 个样本 =0.588	第 13 个样本 =–0.588
第 4 个样本 =0.809	第 14 个样本 =–0.808
第 5 个样本 =0.951	第 15 个样本 =–0.951
第 6 个样本 =1.0	第 16 个样本 =–1.0
第 7 个样本 =0.951	第 17 个样本 =–0.951
第 8 个样本 =0.808	第 18 个样本 =–0.809
第 9 个样本 =0.588	第 19 个样本 =–0.588
第 10 个样本 =0.309	第 20 个样本 =–0.310

4.2.4 数字信号的采样率

在数字信号处理领域，每个数字信号的数字序列都有一个所谓的**采样率**与之相关联。数字信号的**采样率**是信号样本的重复率，用单位时间内测得的样本数来衡量。数字信号的采样率是极其重要的。在图 4-7 中，数字信号 $n1$，$n2$，$n3$，…的采样率是用来启动模拟电压信号转换的时钟信号的重复率（频率）。采样率的概念非常容易理解，即对一个模拟信号采样的频率。

采样率对数字信号来说非常重要。例如，如果有人给你发了一封电子邮件，上面仅仅列出了表 4-2 中的 20 个数字信号采样值，然后你创建了你自己的版本（如图 4-8b 所示），假设你错过了采样率这个重要信息。那个正弦波是每秒，每 10s，还是每星期重复一个周期？相反，如果你知道电子邮件发送过来的数字信号的采样率，比如说 60 个样本（采样数）/ 秒，你可以逐步执行算术运算并得到：

- 每秒 60 个样本
- 模拟正弦波每个周期 20 个样本
- 每三分之一秒 20 个样本（20/60=1/3）
- 模拟信号的一个周期为三分之一秒
- 模拟正弦波的 3 个周期为 1s
- 模拟正弦波的频率为每秒 3 个周期，或者 3Hz。

因此，要完全理解由图 4-8b 中点表示的数字信号，我们需要知道该序列的采样率。

为了测试你对采样率的认识，我们要问：图 4-5 和图 4-6a 中的数字信号采样率是多少？正确的回答是：图 4-5 中的数字信号采样率为每月一次，图 4-6a 中的数字信号的采样率为每天一次。

4.3 语音数字信号

现在让我们来看一个稍微复杂一点的数字信号。第 2 章讨论了一个模拟电压，它表示柯克船长说“Mister Spock”时产生的音频语音信号。我们还详细地研究了第一个音节，即“Mister”中的“Mis”的模拟音频信号。图 2-12b 显示了音频音节“Mis”的模拟电压波形。

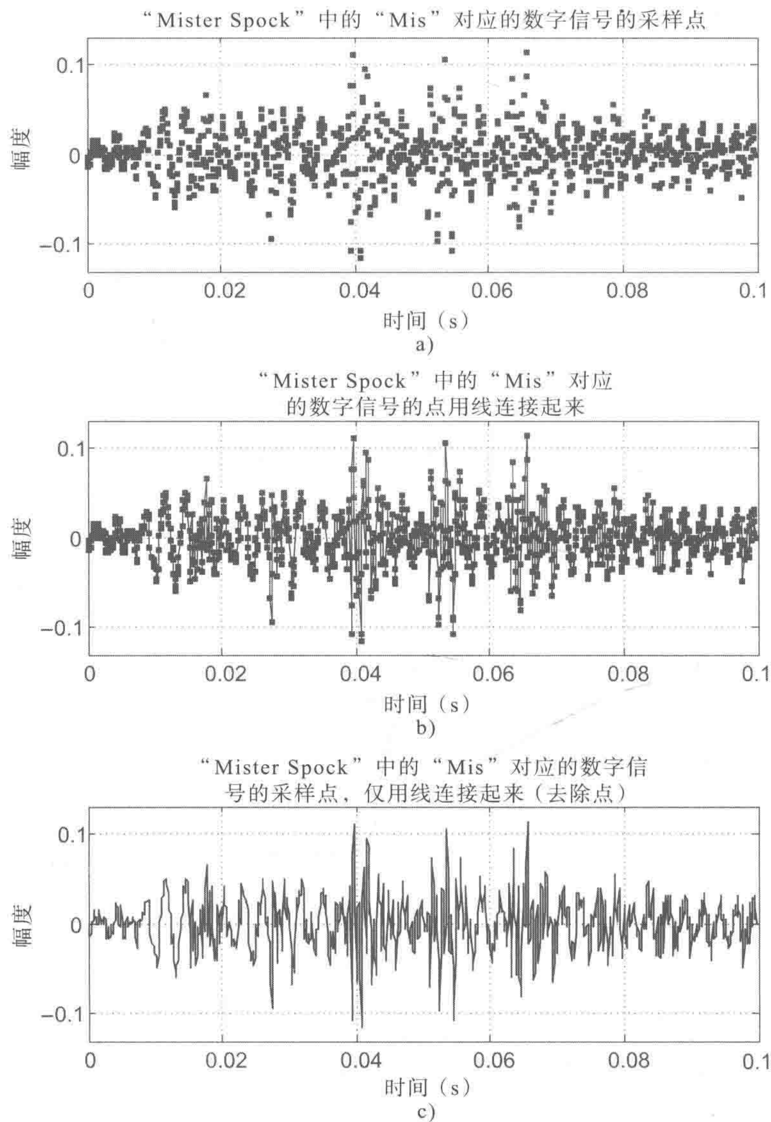


图 4-9 “Mis”对应的数字语音信号时域显示：a) 以点的形式画出采样样本；b) 用线连接点；c) 用线连接点，并去掉点

通过对该模拟音频“Mis”信号进行采样，可以得到对应的数字信号，如图 4-9a 中的点所示。作为数字信号，这个音节比我们预期的要更为复杂，正如我们在图 4-9a 所看到的那样。它看起来像一个密集的混乱点集。为了理解信号的性质，我们可以用直线把点连接起来，如图 4-9b 所示。然而，这样仅仅是在视觉上稍微有了一些改善。为了让它更加一目了然，做 DSP 的人会将图 4-9a 中的点用线连接起来，然后删除点以获得图 4-9c。这个简化版本显示这个数字信号波动的幅度，使它更容易查看和理解。不错，图 4-9c 看起来像是一个模拟信号。

但在看这一类的图像时，DSP 工程师们能意识到这个图像表示的是一个数字信号（一个离散数字序列）而不是一个连续的模拟信号。

图 4-9 的数字语音信号的采样率是 11 025 样本 / 秒。这个采样率的值可能看起来很奇怪，但它是音频信号处理工程师们常用的采样率。11 025 样本 / 秒的 4 倍是 44 100 个样本 / 秒，这是在光盘（CD）上记录音乐数字信号的行业标准采样率。关于采样率的更多内容将在本章后面谈到。

为了说明为什么对模拟音频信号进行采样获得数字音频信号是有益处的，让我们来看看有关音频数字信号处理的两个简单例子。

4.4　数字信号处理例子 1

比方说，我们在一个音乐工作室工作，此时一位流行歌手正在录制一首新歌。遗憾的是，在这首歌的第三段主歌中，歌手把一个音符唱成了降调。如果在几十年前，整首歌就必须重新录制一遍以纠正这个错误，还得指望这个歌手在第二次录制过程中完全按照正确的音调唱完这首歌，同时和第一次录制时一样有情感。

由于数字信号处理的存在，不再需要通过重新录制整首歌曲来校正演唱错误。现今，歌手们的模拟语音信号可以通过一个模 – 数转换器进行采样，然后将数字信号样本传递到计算机，如图 4-10 所示。在该图中，组成数字声音信号的样本值（数字）序列是由 *x*1，*x*2，*x*3，…来表示的。

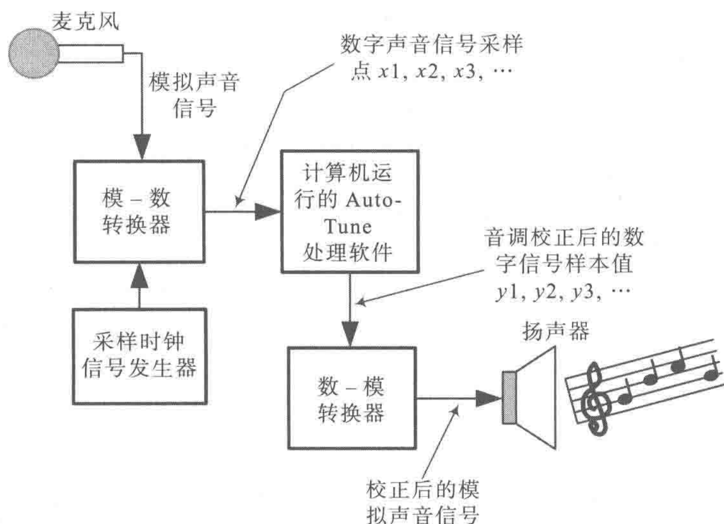


图 4-10　Auto-Tune 软件进行数字音频信号处理的流程图

现在，让我们假设计算机中运行着一款称作 Auto Tune 的商业软件。这个软件通过测量一个歌手演唱的每个音符的音调（频率）来分析其中的所有数字样本。如果这个软件检测出一个走音的音符（错误的音调或频率），该软件将确定一个在音调上最接近于该走音音符的正确音符（正确的音调或频率）。然后，用该正确音符的样本值替换走音音符的样本值。

例如，图 4-11a 中用点表示了一段音符的样本，Auto Tune 软件通过分析这首歌曲中对应位置的正确音符发现这一段音符是走调的（频率上是错误的）。那么，该软件首先可以找到距离这一段走音音符的样本最近的正确音符，如图 4-11a 中用虚线表示的曲线。然后，将图 4-11a 中的走音音符的样本点替换成正确音符的样本，可以得到如图 4-11b 所示的纠正后的样本。注意，图 4-11b 中的修正样本值如何与图 4-11a 中用虚曲线来表示的正确音符的波形相匹配。

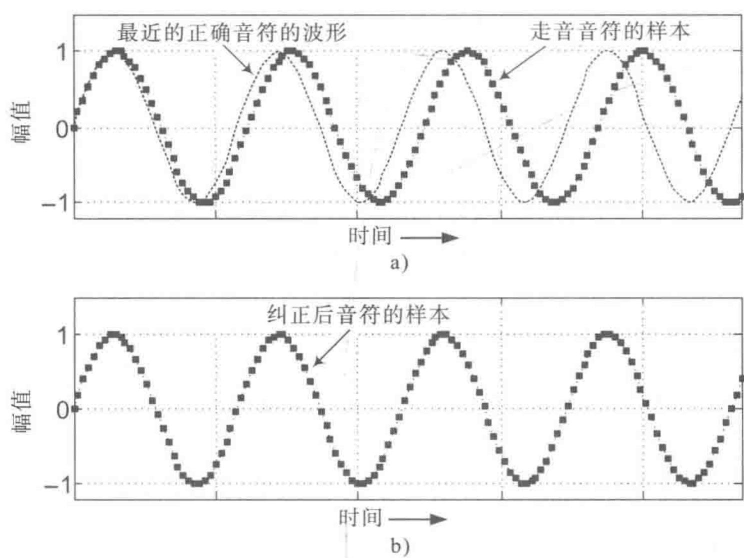


图 4-11　纠正走调的音符：a) 走音音符的样本（点）及与其最近的正确音符的波形；b) 纠正后音符的样本

音调校正后的整首乐曲的数字信号样本值 $y1$，$y2$，$y3$，…，送到一个数–模转换器中，这个数–模转换器将它们转换成图 4-10 所示的模拟信号（第 5 章讨论数–模转换器的操作。）当模拟信号连接到扬声器后，我们听到的每一个音符都是歌手准确无误的演唱。

这种音调校正处理技术不仅用于音乐演播室录制音乐 CD，也可以用于充满歌迷尖叫声的体育场馆中举办的现场演唱会。如果没有现代数字信号处理技术，

这种类型的音调校正将是不可能实现的。

> **小贴士**
>
> Auto-Tune 软件使从事音乐事业的人们的生活更为轻松。坏消息是，听喜欢的歌手唱歌时，你永远不会知道你听到的到底是他们自然的声音还是自动调谐软件校正的声音。然而事实证明，一张著名艺术家偶尔唱走音的老黑胶唱片往往比它们经过校正、重新录制的 CD 值更多的钱。

4.5　数字信号处理例子 2

第二个数字信号处理的例子将告诉我们，对模拟音频信号进行采样得到数字信号是非常有益的。这里我们将通过介绍 20 世纪中期的电话工作原理来帮助理解本节将要讲述的例子。

你们当中有些人可能还记得图 4-12 所示的转盘拨号座机电话。要打电话时，你就得拿起听筒，将手指插入圆形表盘中相应编号的孔，然后将拨号转盘顺时针旋转到底。移开手指后，旋转弹簧将拨号转盘拨回其原始位置。当拨号转盘向逆时针方向返回时，电子开关将关闭，随后多次打开并发送电脉冲到电话公司的交换站。(这类似于快速轻弹电灯开关，使之打开和关闭多次）如果你从转盘上的 4 号洞开始拨号，则有四个电脉冲发送到电话公司。为了打本地电话，你不得不重复这个循环拨号过程至少六次，每次对应于目的地电话号码七位数中的一位。



图 4-12　转盘拨号电话（图片来自 Bluehand/Shutterstock）

在电话公司的交换站，电子硬件将会解码七个脉冲序列（七个脉冲序列对应

七次拨号)，并自动使用继电器开关将你的电话线和目的地的电话线连接起来。由于技术原因，使用早期的转盘拨号电话拨打长途电话需要电话公司接线员的协助。(你的祖父母应该还清楚地记得这句话，“你好，请拨号”) 虽然如此，转盘拨号电话仍是一个伟大的创新，因为它使得拨打本地电话不需要接线员的协助。

随着技术的发展，由于数字信号处理的出现，在 20 世纪 60 年代初，被今天人们熟知和使用的按键式电话的发明，使得打电话变得更加容易了。现代电话都有一个长方形的键盘，如图 4-13 所示，我们用它来拨打电话。

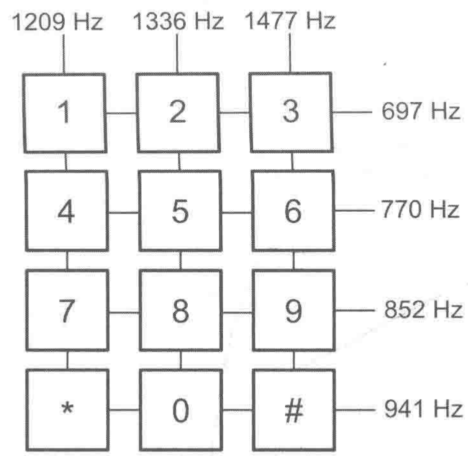


图 4-13　按键式电话的键盘

对于按键式电话，按下一个键将启动两个内部音频振荡器，从而产生两个不同的模拟音频的音调，其频率取决于哪个键被按下。例如，按下 8 键生成一个 852Hz 的音频音调和一个 1336Hz 的音频音调，它们会相加从而产生一个混合模拟音频信号。按下 4 键生成一个 770Hz 音调以及一个 1209Hz 的音调，它们会相加从而产生另一个混合模拟电压信号，如右侧的图 4-14 所示。该混合模拟电压通过电话线传送到电话公司的交换站。

当图 4-14 中的混合模拟信号到达电话公司的交换站时，一个模－数转换器对它进行采样，产生数字信号样本值，这些值以点的形式画在图 4-15b 中。

模拟到数字的转换过程如图 4-16 所示。数字样本随后发送到某种电子设备上，后者将执行数字信号处理操作，从而识别出混合信号中的两个频率。这可以确定电话的哪个键按下了。数字信号处理实现音调检测器阵列，如图 4-16 所示。如果呼叫者按下电话机的 4 键，770Hz 和 1209Hz 检测器的输出将被激活，

那么系统就会判断 4 键确实被按下了。

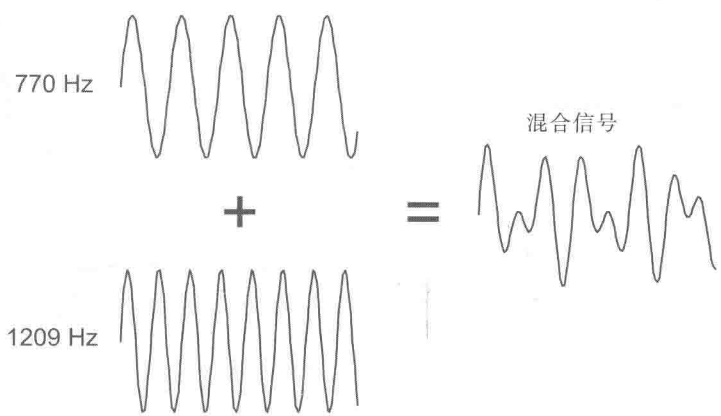


图 4-14　当按键式电话键盘上的 4 键按下时产生的混合音频信号（770Hz 的单音信号加上 1209Hz 的单音信号）

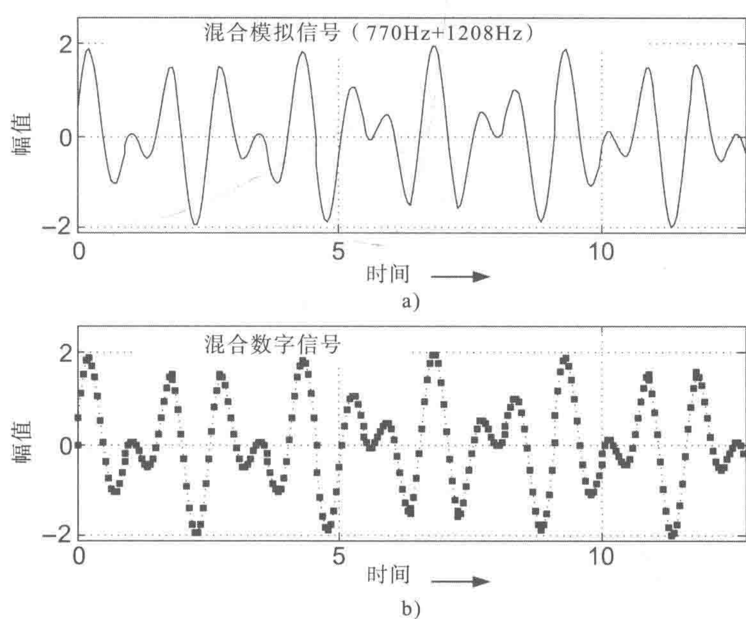


图 4-15　当按键式电话键盘上的 4 键按下时产生的混合音频信号：a) 发送到电话公司的模拟信号；b) 在电话公司通过采样产生的数字信号

那么，按键式的家庭电话以及发生在电话公司交换站的数字信号处理最大的变化是什么？最大的变化是：

- 在交换站中，相对于检测旧式转盘拨号式电话脉冲的硬件，检测数字音频

音调的硬件在尺寸上明显更小，而且更便宜、更可靠、更快、更节能。

- 按键式的家庭电话比旧式的旋转拨号式电话尺寸更小，重量更轻，成本更低，操作速度更快。此外，在使用按键式家庭电话时，打长途电话不需要电话接线员的协助。

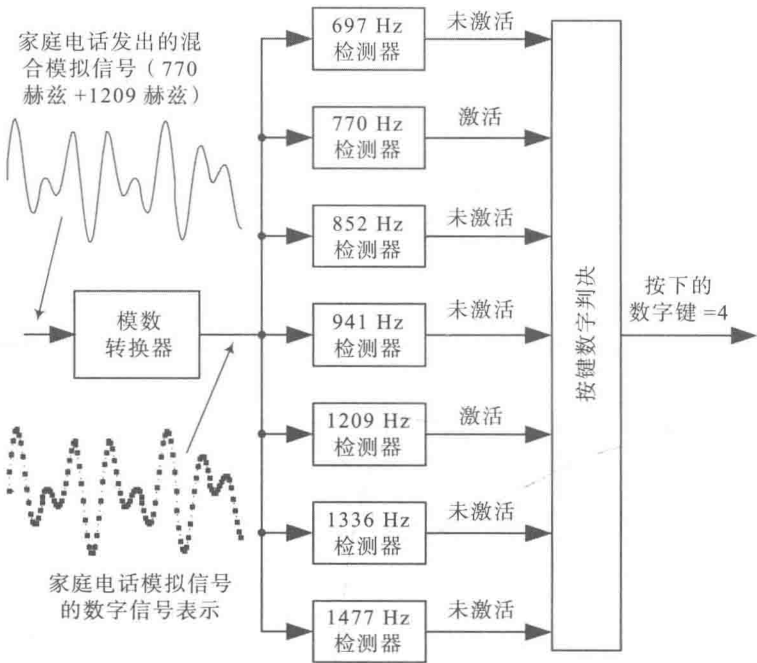


图 4-16 当按键式电话键盘上的 4 键按下时，在电话公司的交换中心进行的按键识别过程

小贴士

数字电话信号有时候会被轨道卫星转播。信号由卫星接收，然后传送到正使用高功率车载放大器的另一片大陆上。这些卫星都在赤道上空约 23 000 英里处。即使以光的速度，信号往返行程也需要大约四分之一秒（称为卫星潜伏期）。你可以在新闻广播时注意到这一点，在异国他乡的记者似乎推迟了他或她对来自网络工作室的问题的回答。在拨打国际私人电话时，这也是很明显的，你问：“你想我吗？”你的爱人似乎在回答之前犹豫了！

4.6　模拟信号采样的两个重要方面

对模拟信号进行采样得到数字信号，还需要注意两个重要的问题。我们在第 5 章会深入讨论这一点，这里简要介绍一下。第一个概念是采样率限制，即在模 – 数转换过程中对于采样率的基本限制。第二个是量化，即在模 – 数转换器输出端所产生数字的精确特性。

4.6.1　采样率限制

正如前面所说的，当我们对一个模拟信号采样以生成相应的数字信号，如图 4-17 所示，我们必须把时钟脉冲电压施加到模 – 数转换器中。这些电压脉冲的重复频率，以每秒采集的样本数来衡量，称为采样过程的**采样率**（或**采样频率**）。例如，图 4-9 中数字语音信号的采样率是 11 025 样本 / 秒。

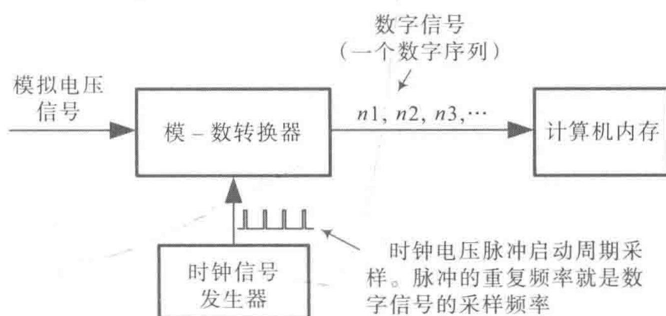


图 4-17　采样：将模拟信号转换为数字信号

为了确保数字信号序列 $n1$，$n2$，$n3$···准确地表示输入的模拟信号，模 – 数转换器的时钟信号的采样率（采样频率）必须大于所输入的模拟信号的频谱成分中最高频率的两倍。在数字信号处理领域中，这就是所谓的**奈奎斯特采样准则**。例如，图 4-9 所示的数字语音信号的采样率是每秒 11 025 个样本，远高于正常谈话的最高频率分量的两倍。

这个标准的起源以及违反此准则所带来的后果在数字信号处理领域是非常重要的，我们在第 5 章会专门讨论这些问题。

4.6.2　模 – 数转换器输出数字

关于模拟信号的采样过程，第二个重要的问题是模 – 数转换器所产生的数字的表示方法。

当我们如图 4-17 所示对一个模拟信号进行采样时，得到数字信号的数字序列不是我们在日常生活中非常熟悉的十进制数。数字信号的数字序列，*n*1, *n*2, *n*3,… 是以我们称之为**二进制**数的形式出现的。与二进制数相关的问题以及我们使用它们的原因将在第 9 章中讨论。

4.7 采样率变换

当阅读数字信号处理的文献或者听信号处理工程师发言时，你可能会遇到**抽取**和**内插**这两个术语。这些术语指的是改变数字信号的采样率。

这似乎是一个奇怪的想法，但是改变数字信号的采样率，即**采样率变换**，应用甚广。事实上，在当你使用手机或智能手机时，抽取和内插都会发生。在下面的小节中，我们将简要介绍抽取和内插的过程。

4.7.1 抽取

先不管它在字典中的定义，对我们来说，**抽取**这个术语意味着减少数字信号的采样率。我们会用一个例子解释这个概念。

考虑如图 4-18a 所示的 250 Hz 的正弦波电压信号。我们用一个采样率为 3000Hz 的模 – 数转换器对这个模拟信号进行采样，得到的数字信号的样本值绘制在图 4-18b 中。如果由于某种原因，我们想要原始模拟信号采样率为 1000Hz 的数字版本，就不需要重复模 – 数转换处理了。我们可以简单地 3 倍抽取图 4-18b 中的数字信号，这样处理意味着我们只等间隔保留图 4-18b 中每三个样本值中的一个，其余的样本值将被舍弃。保留图 4-18b 中三分之一的样本值让我们得到了所需的采样率为 1000Hz 的数字信号，如图 4-18c 所示。

4.7.2 内插

内插指的是增加数字信号采样率的方法。和介绍抽取时一样，让我们通过举例的方式来看看这个概念。

图 4-19a 表示的是采样率为 1000Hz 的数字信号。假设我们希望那个信号的采样率为 3000Hz（即采样率更高）。3 倍内插的处理过程的第一个步骤是通过在原始数字信号每一个样本值之间插入两个零值样本来产生一个改进了的数字信号。这个新的数字信号显示在图 4-19b 中，其中零值样本由圆点表示。图 4-19b

的信号的采样率现在是 3000Hz，如图 4-19c 所示。

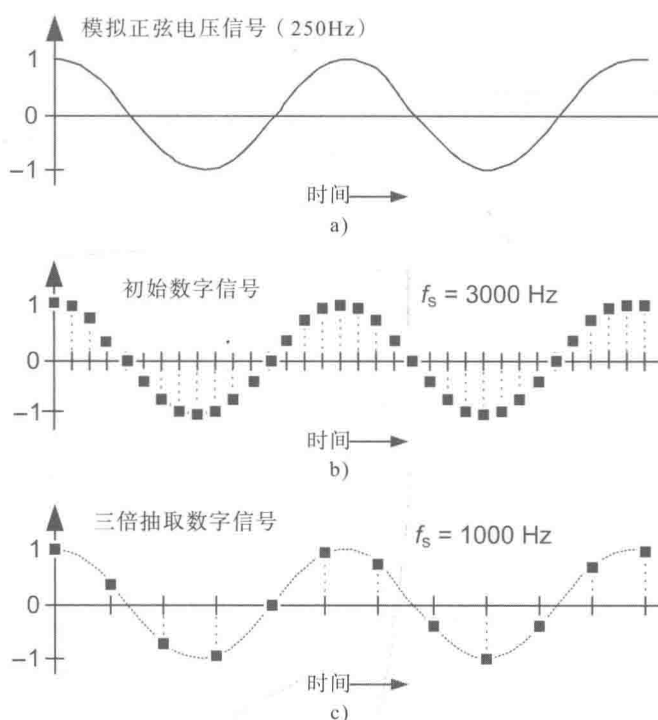


图 4-18　三倍抽取处理：a) 250Hz 的原始模拟正弦波电压信号；b) 采样率为 3000Hz 的初始数字信号；c) 3 被抽取后采样率为 1000Hz 的数字信号

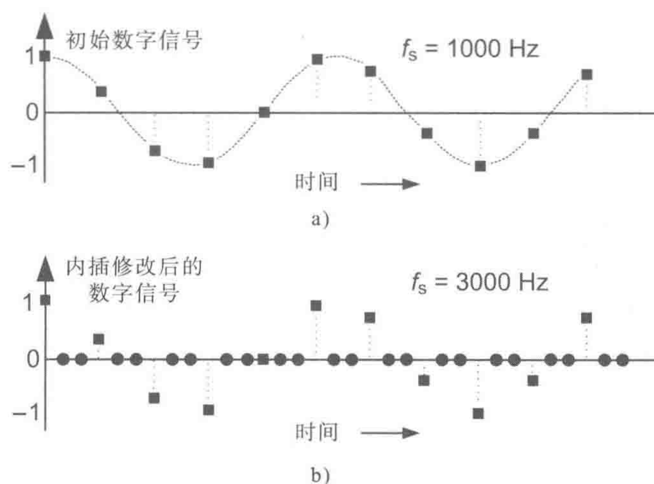


图 4-19　三倍内插处理：a) 采样率为 1000Hz 的原始数字信号；b) 零值样本内插后的数字信号；c) 内插处理的信号流程图；d) 三倍内插后得到的采样率为 3000Hz 的数字信号

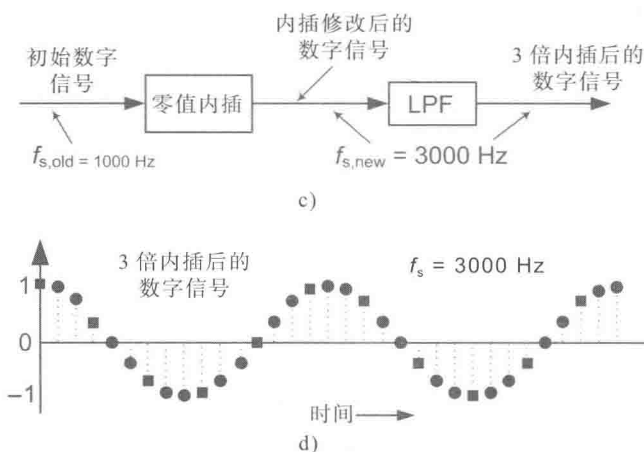


图 4-19 （续）

最后一步是将图 4-19b 的信号通过一个数字**低通滤波器**，其输出信号就是我们所期望的 3 倍内插的信号，如图 4-19d 所示。**低通滤波**是一个允许低频信号通过，但阻止高频信号的过程。第 8 章将讨论数字低通滤波器的特性和实现。

3 倍抽取只是简单地舍弃时间样本的单步过程，而 3 倍内插则是一个需要两个步骤的过程，即先插入零值样本然后进行低通滤波。

4.8　本章要点

本章需要记住的概念有：

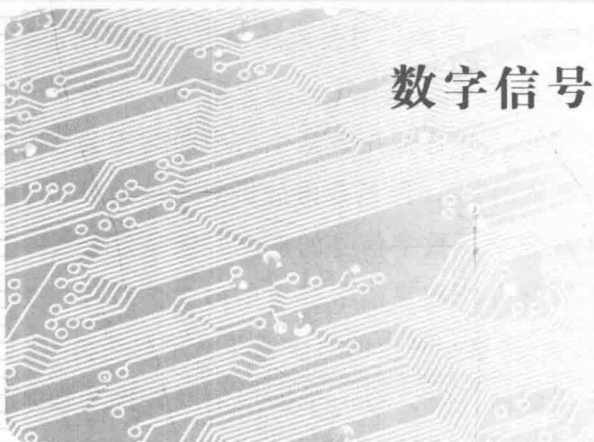
- 术语数字信号有两种不同的含义：
  - 定义 I：在两种不同的电压值之间变化的模拟电压信号（见图 4-1）
  - 定义 II：由离散、独立的数字组成的序列（见图 4-5）

我们在这本书中使用定义 II。

- 数字信号，由数字组成的离散序列，可以存储在计算机的存储器中。
- 数字信号产生的方法有三种：
  - 观察和收集有用的数据（参见图 4-6a）
  - 电脑软件
  - 用模 – 数转换器硬件对模拟信号进行采样（见图 4-7 和图 4-8）
- 数字信号具有与它们相关联的采样率。数字信号的采样率是信号样本值的重复率，用单位时间采集的样本数来衡量。例如，图 4-5 的数字信号的采

样率是每月一个样本；图 4-6a 的数字信号的采样率是每天一个样本；图 4-9a 的数字信号的采样率是每秒 11 025 个样本。

- 为了确保一个数字信号序列能准确地表示一个模拟信号，模－数转换器的时钟信号的采样率（采样频率）必须大于模拟信号频谱成分的最高频率的两倍。
- 抽取指的是降低数字信号的采样率的过程。内插指的是升高数字信号的采样率的过程。



第 5 章

数字信号的采样和频谱



本章要解释数字信号处理工程师们讨论的两个概念：采样和数字信号的频谱。这两个概念都很重要，同时也很有趣，在阅读本章后，你将会明白这两个术语的意义。

第 2 章介绍了模拟信号的概念。模拟信号是电压幅值随着时间连续平滑变化的信号。然后第 3 章讨论了模拟信号的频谱这一重要概念，它是对一个模拟信号的频率含量的一个描述或测量。尽管你在日常生活中通常不会注意到模拟信号的频谱（除非你在弹吉他或是钢琴），但是频谱分析对于信号处理工程师而言有着非常重要的意义。第 4 章介绍了数字信号的概念，数字信号是一组真实反映模拟信号的数字序列。本章将介绍数字信号频谱的概念。对任何想要明白数字信号处理的基础的人来说，熟悉这些频谱的概念是非常重要的。

而事实上，当我们讨论频谱内容时，将一个模拟信号转换为数字信号的时候，将会发生令人惊奇的事情。本章解释了诸如此类的数字频谱的重要性质。那么，让我们简要复习一下模拟信号频谱的关键点，为更好地理解数字信号频谱做准备。

5.1 模拟信号的频谱——快速回顾

第 2 章讨论的是电压幅值随时间连续变化的模拟信号。举个例子，假设一个模拟信号工程师的工作是设计一个形成 1000Hz 正弦波音频信号的电路，作为微波炉的蜂鸣器。工程师在印制电路板上焊上合适的电子元件来形成一个如图 5-1 所示的正弦波，其电压值每秒连续变换 1000 次。如果工程师用导线将这个正弦波电压连入一个扬声器中，他将听到一个单音频的音调。

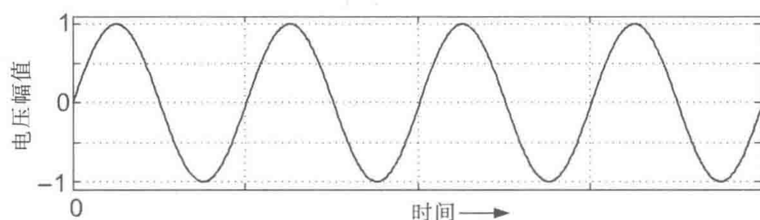


图 5-1 正弦波电压的时域波形

到此为止，音频音调生成任务只完成了一半。工程师接下来必须确认音频信号的频谱（频率分量）确实是 1000Hz。（如果音频信号的频率是 25 000Hz，那

么只有他的狗能听到这个音频音调。）因此工程师还需要将这个正弦波电压输入一个频谱分析仪来观察这个音频信号的频谱。如果频谱图像如图 5-2 所示，那么这个正弦波有正确的频率谱，工程师的工作就完成了。这个小故事旨在告诉我们，音频信号的时域波形和频谱都很重要。

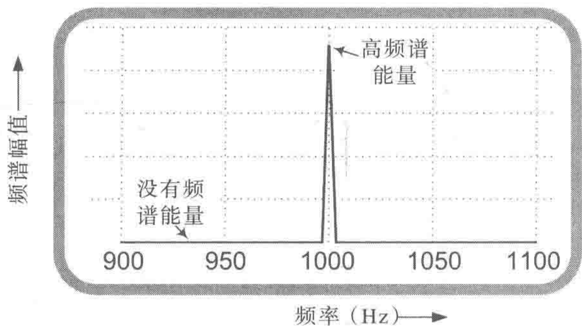


图 5-2　一个频率为 1000Hz 的正弦波电压的频谱图像

信号频谱的重要性还可以用商业化 AM 无线电广播台的例子来说明。在美国，AM 无线电广播系统通过精心设计以保证传输的信号的频谱带宽绝不会超过 10kHz（10 000Hz）。除此之外，广播台的**中心频率**（也叫作**载波频率**）是被严格控制的，不同频段的中心频率之间间隔至少 10kHz。

假设 AM 广播频段的一部分如图 5-3 所示。4 号广播台的中心频率是 640kHz，与它相邻的广播电台的中心频率相差 10kHz，如图 5-3 所示。为了收听 4 号广播台，我们需要将 AM 收音机调到 640kHz 的频率上（正如播音员所说的“欢迎你收听 640”）。

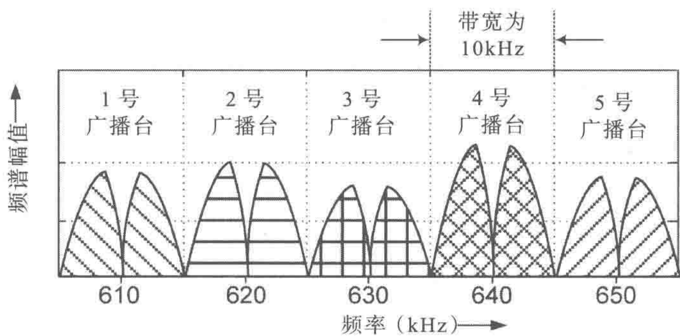


图 5-3　AM 无线电广播频带部分频谱

在第 2 章中，我们提到 AM 无线电音频信号的频带宽度限制在 5kHz 以内。

但是，为了使信号能用发射天线传送出去，还需要对音频信号进行振幅调制，而振幅调制过程使音频信号的带宽加倍，因此我们看到图 5-3 中的辐射（广播）信号有 10kHz 的带宽。

5kHz 的语音带宽限制是十分严格的，原因如下。如果 4 号广播台中的一台设备出现故障，使得其语音带宽正好扩展到 8kHz，那么广播台辐射信号的带宽为 16kHz，如图 5-4 所示。在这种情况下，4 号广播台辐射的信号将会对相邻的广播台产生干扰。最后，就会导致当你在收听 3 号或者 5 号广播台的同时，在背景音乐中会听到来自 4 号广播台的高频干扰。广播台工程师的职责就是确保这种情况不会发生。

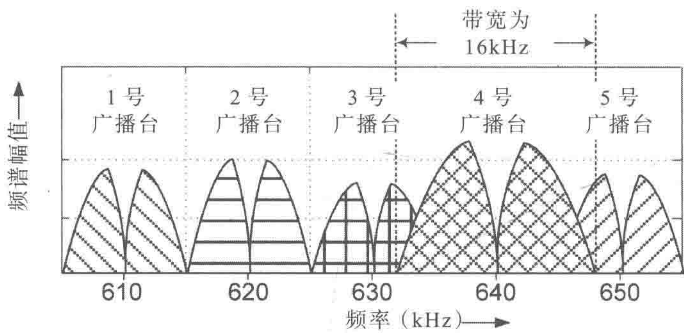


图 5-4　当 4 号广播台发送的信号带宽超过了 10kHz 时发生的 AM 广播信号干扰

相邻两个 AM 广播台传输的信号的中心频率间隔必须严格限制为 10kHz。如果 4 号广播台发生了仪器故障导致其发射信号的中心频率不小心跳到 643kHz，如图 5-5 所示，这种情况将会使 4 号广播台的广播信号对邻近广播台（如 5 号广播台）的辐射信号形成干扰。（附录 C 中列举了有关于 AM 广播信号的其他信息。）

小贴士

近些年来，广播发射信号中心频率和带宽的分配一直都是一个热点话题。美国联邦通信委员会（Federal Communication Commission，FCC）采用了听证会、拍卖会，甚至是彩票的方式来分配这一有限且珍贵的资源。这已经是在 19 世纪进行早期通信很久之后了，那时用火花隙发射器发射范围很宽且不可预知的频率来传送莫尔斯码信号。

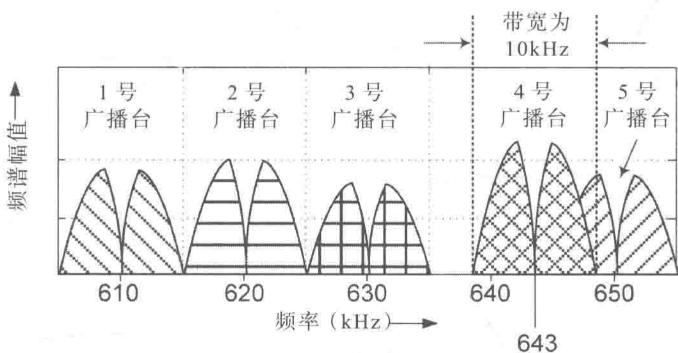


图 5-5　当 4 号广播台发射信号的中心频率错误时发生的 AM 广播信号干扰

上述讨论的主要目的是表明我们为何如此关心信号的频谱。在信号处理的实际情况中怎么强调控制和测量信号频谱的重要性都不为过。话说回来，让我们现在来看看数字信号的频谱。

5.2　采样如何影响数字信号的频谱

当我们将一个模拟信号转换成一个数字信号时，数字信号的频谱取决于两个因素：（1）模拟信号的频谱；（2）模 - 数信号转换处理的采样频率。本节将讨论两者之间的关系。

绝大多数的数字信号是通过第 4 章介绍的周期采样过程产生的，如图 5-6 所示，这幅图之前出现过。一个模拟信号施加到采样频率为 f_s 样本每秒（通常称为 f_s Hz）的模 - 数转换器上，就能得到我们所需的数字信号——一个离散的数字序列。

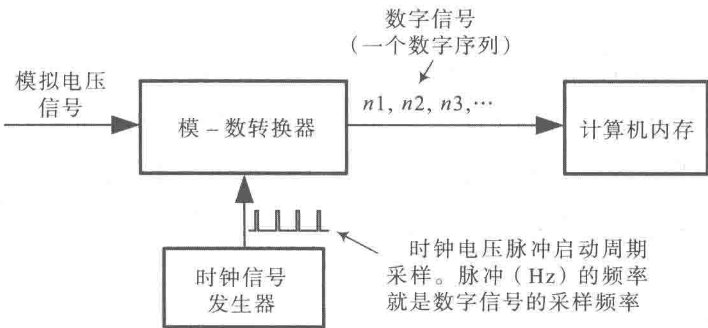


图 5-6　通过对一个模拟信号进行采样得到一个数字信号（数字 $n1$, $n2$, $n3$, …的一个序列）

采样的目的是得到一个包含输入模拟信号所有信息的数字信号。举例来说，如果模拟输入信号是一个音乐信号，我们可能想收集这个信号的数字信号样本（数字序列）并将其记入一个数据文档，然后将这份文档用电子邮件发送给一位朋友。我们的朋友通过选用电脑上合适的软件，就能用数字信号数据文档重现原始的模拟音乐信号，并用电脑上的音响来播放这段音乐。

再回到频谱的概念，输入采样系统的模拟电压信号的频谱是固定的。举例来说，如果这个模拟信号来自一个麦克风的输出，那么该信号可能会有如图 5-7 所示的频谱。

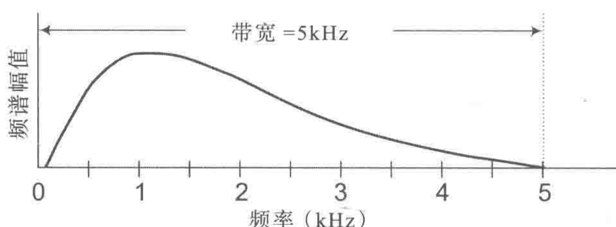


图 5-7　麦克风输出的模拟电压信号的一个典型频谱

令人惊讶的是，模拟电压信号经过图 5-6 所示的周期采样过程，其离散数字序列的频谱不仅取决于输入模拟信号的频谱，还取决于采样频率的大小！乍一看，这种依赖关系似乎不那么重要，但事实上它的影响很大。如果图 5-6 所示的模拟输入信号有如图 5-7 所示的频谱，我们想让数字信号也有同样的频谱。在这种情况下，数字信号不失真地包含模拟信号中存在的所有信息。然而，当图 5-6 中的时钟脉冲的频率选择不合适的时候，数字信号的频谱将无法与模拟信号的频谱保持一致。此时，采样得到数字信号的频谱与输入模拟信号的频谱就不一致了。

换句话说，如果对模拟音乐信号采样时选择的采样频率不合适，采样得到的数字信号用邮件发给一位朋友后，在那位朋友的计算机的音响上播放时就像乱七八糟的音频干扰信号。接下来将介绍由于选择的采样频率 f_s 不合适可能产生哪些未预期的或者不利的数字信号频率问题。

5.2.1　周期振荡信号的采样

在评估对模拟信号采样的频谱的性能之前，我们首先进行一个小实验。

假设我们有一个只有秒针而没有分针和时针的机械表。秒针每 60s 就转 360°。接下来，假设我们在表的秒针指向 12 点钟的时候照一张照片，然后每 55s 再照一张。我们最初得到的 4 张照片将如图 5-8a 到图 5-8d 所示。我们可以将这些照片看作对时钟秒针平稳连续的转动的采样。

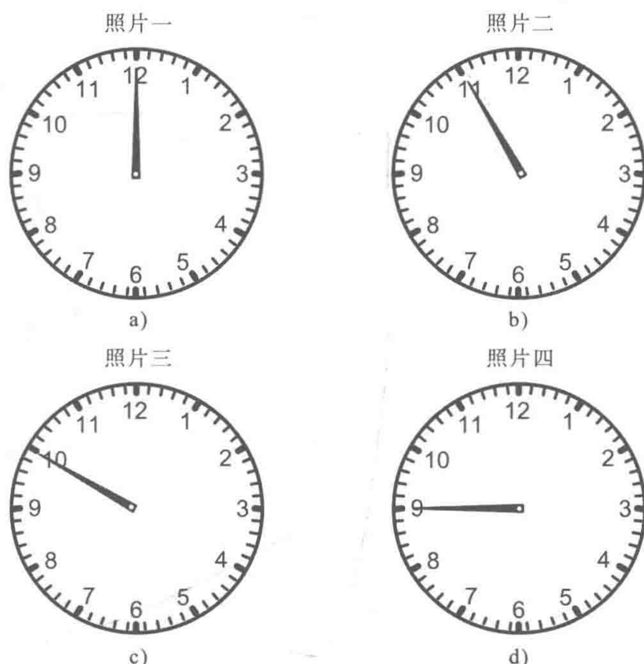


图 5-8　周期性照片，每 55s 一张照片，来自一个时钟转动的秒针

将图 5-8 中这些按时间排序的照片给某个人看，他会认为随着时间进行的秒针转动朝着什么方向呢？是的，这些照片明显显示秒针逆时针转动！现在，如果我们更加频繁地照相，比如说每 5s 照一次，按时间排序照片就会如图 5-9a 到图 5-9d 所示。这组图片正确显示了秒针是顺时针旋转的。

从这个实验中我们能够发现，对秒针的采样频率太慢（每 55s 照一次相）将产生误导性的结果。对秒针的采样频率足够频繁的话（每 5s 照一次相），将得到正确的结果。若继续采用不同的采样频率对秒针照相，我们将发现足够频繁意味着照相的频率比 30s 一次要高，因为只有这样做，得到的照片序列才能正确显示秒针在做顺时针旋转。（如果我们正好是每隔 30s 照一次，秒针将在时钟的顶部和底部两个位置之间交替，此时我们无法判断它旋转的方向。）

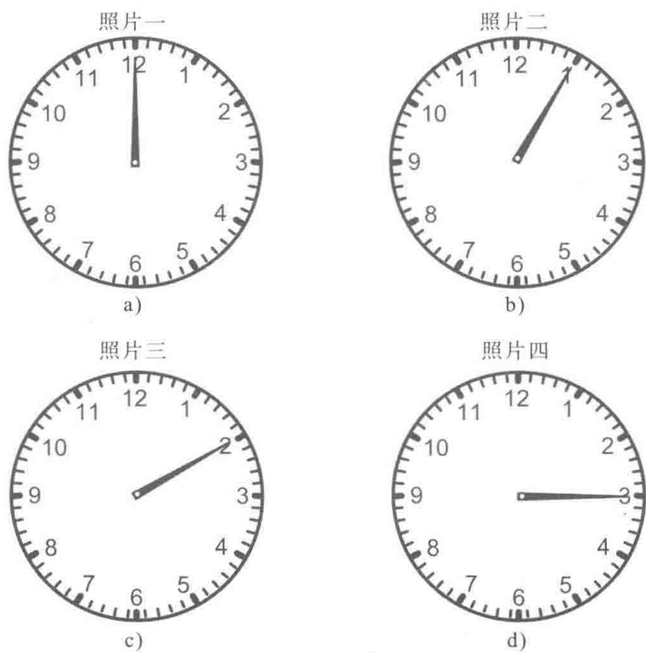


图 5-9 周期性照片，每 5s 一张照片，来自一个时钟转动的秒针

从这个简单的思考实验中，我们能得出在所有数字信号处理中最重要的原则之一，那就是：

> 为了用一个采样序列正确表示一个循环周期为 t 的连续（模拟）周期现象，采样的时间间隔必须小于 t 的二分之一。对于时钟来说，t 就是 60s，所以我们采样间隔的区间必须小于 30s。

换一种说法：

> 为了用一个采样序列正确表示一个频率为 f 的连续（模拟）周期现象，采样频率必须大于两倍的 f。

后一种阐述也许看起来不是非常深刻，但是它确实如此。这个采样频率的限制实质上在数字信号处理的方方面面都有体现。

小贴士

你以前应该见过图 5-8 中出现的逆时针转动假象。在过去的西方电影中，一辆旅行车的轮子有时候看起来像是在向后转。这个假象的出现

是因为电影摄像机在照一系列快照——每秒照 24 次快照。转动的轮子的辐条发生的现象和时钟的秒针在图 5-8 中所示的现象是一样的。考虑到车轮子的转动速率（转每秒），相较于向前前进的旅行车的速度，它的辐条可能旋转得太慢了。在某些情况下，辐条看起来甚至在向后转，如图 5-8 中所示的现象。

你的手机录像机每秒照 20 ~ 30 张照片。你可以试试录一段旋转的电风扇的录像。在你录像的时候将电风扇打开。当你在看录好的视频的时候，在某些时刻电风扇的叶片看起来是在向后转。

接下来，我们将以上讨论的采样频率限制与对一个模拟正弦波电压的采样联系起来，以理解数字信号的频谱。

5.2.2　对模拟正弦电压波的采样

5.2.1 节介绍了如何用采样样本正确地表示一个平稳变化量（时钟秒针的位置），即必须以足够高的采样频率来对该平稳变化量进行采样（对秒针照相）。这里，我们回到模拟正弦波电压的采样过程。一旦理解了对正弦波信号采样的过程，我们就能理解更复杂的信号采样过程，比如对音乐 CD 上的音频信号的采样。

1. 正确的模拟正弦波采样方法

图 5-10 展示了对一个模拟正弦波采样的过程。模拟正弦波电压通过双芯电缆连接到模 – 数转换器的输入端。转换器的输出是数字信号（一个数字序列），并经由一根多线电缆导入电脑的内存中。因为这个过程的采样速率是 1000Hz，所以每秒有 1000 个数字传送给电脑。利用电脑软件，我们能够检测并显示出采样得到的数字信号的大小。

当输入模拟正弦波电压频率为 200Hz 时，模拟正弦波如图 5-11a 中实线所示，图中的点代表模 – 数转换器产生的离散的数字，这些数字储存在电脑的内存中。

放大采样后数字信号的前 6 个样本，可以观测每个样本的大小，如图 5-11b 所示。为方便参考，我们也将正弦波用虚线画在图 5-11b 中。这就是我们在第 4 章所学的模拟正弦波电压的采样过程。

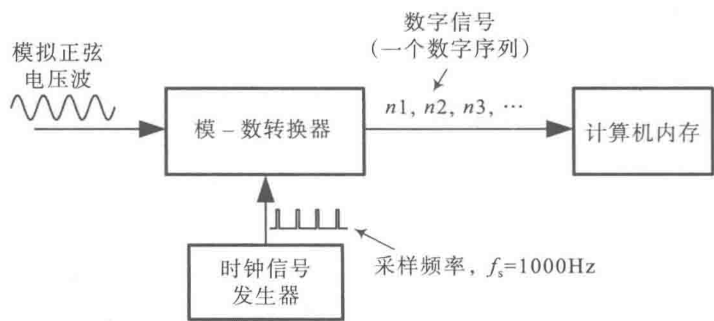


图 5-10 对一个模拟正弦波电压信号的采样。采样频率是 1000Hz

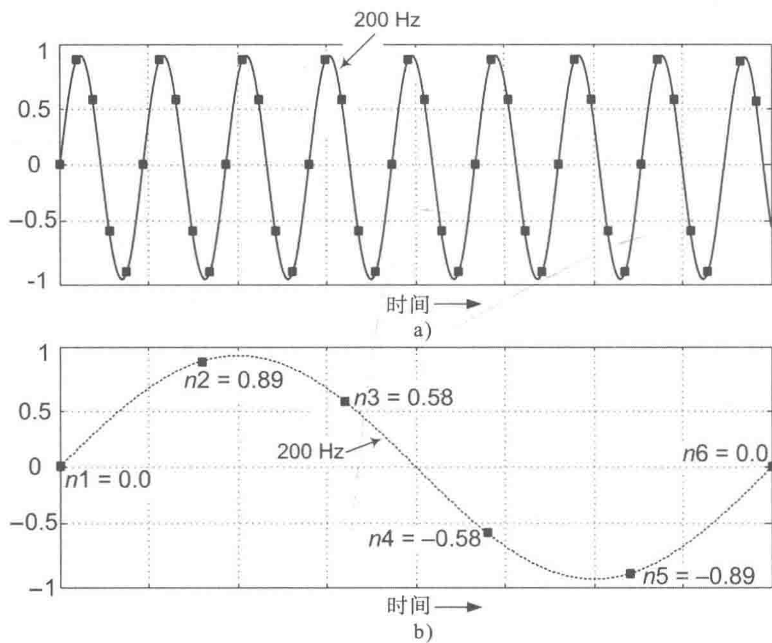


图 5-11 当采样频率为 1000Hz 时对一个模拟正弦波电压信号的采样：a) 对一个频率为 200Hz 的正弦波采样；b) 最初的 6 个采样值

可以发现，采用 1000Hz 采样率对图 5-11 中所示的模拟正弦波进行采样，可以得到正确的结果，这是因为 1000Hz 的采样频率比 200Hz 的正弦波的频率的两倍还要大。模拟正弦波每个完整的周期上我们都得到了两个以上的离散采样样本。为更深入地讨论，我们将前六个数字信号的采样的样本大小列在表 5-1 中。

2. 错误的模拟正弦波采样方法

让我们做一个实验：如果将输入模拟正弦波电压的频率从 200Hz 变为 800Hz，那么得到的数字信号的前六个样本将如图 5-12a 中的点所示。如果我们

将输入模拟正弦波的频率从 800Hz 变为 1200Hz，那么得到的数字信号的前六个样本值将如图 5-12b 所示。接下来，仔细观察图 5-11b，图 5-12a 和图 5-12b，你是否发现了有趣的现象呢？

表 5-1　200Hz 数字信号的前六个值

数字信号样本指示器	样本值
$n1$	0
$n2$	0.95
$n3$	0.59
$n4$	–0.59
$n5$	–0.95
$n6$	0

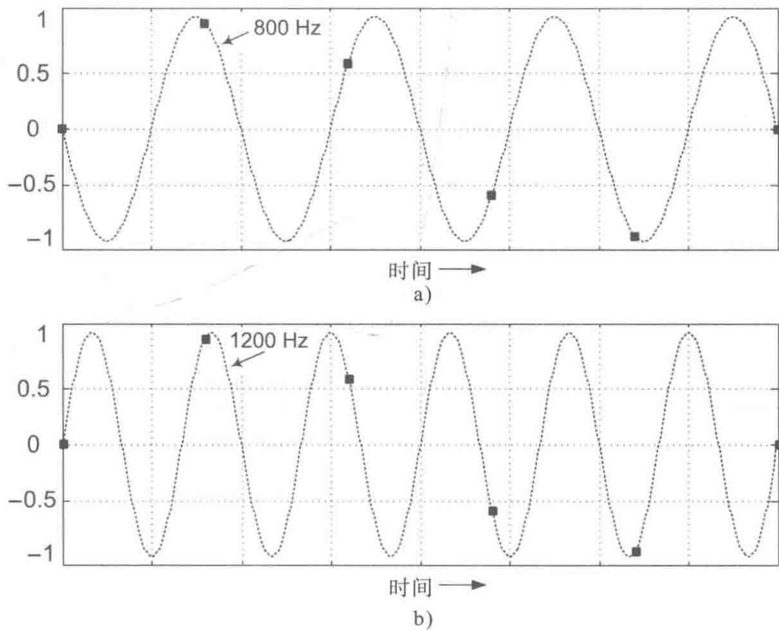


图 5-12　对不同频率的正弦波信号采样：a) 对 800Hz 的正弦波采样；b) 对 1200Hz 的正弦波采样

是的，这三幅图中的数字信号（三组点）其实是一样的！我们将 200Hz、800Hz、1200Hz 的正弦波和它们的数字表示标在图 5-13 中，证实了这一令人惊奇的现象。单独从离散样本值判断的话，我们无法确定原始正弦波的频率。这个现象可以说是处理采样数据时最令人惊奇的结果。

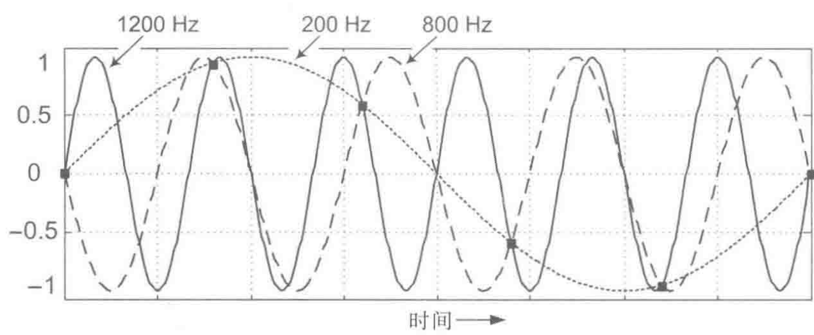


图 5-13 当采样频率为 1000Hz 时对 200Hz、800Hz 和 1200Hz 正弦波采样

这种从高频模拟正弦波采样得到的数字信号与从低频模拟正弦波采样得到的数字信号相同的情况叫作**混叠**。正如罪犯可能会制造一个新的身份和一个新的名字（化名）来伪装成另一个人，800Hz 和 1200Hz 的模拟正弦波信号的数字采样和 200Hz 模拟正弦波信号的数字采样是一样的。这种现象发生的原因是我们没有正确地对 800Hz 和 1200Hz 的模拟正弦波采样。我们没有在这些高频模拟正弦波每个完整周期都获得两个以上的离散采样样本。

图 5-14 显示了对 800Hz 和 1200Hz 模拟正弦波的错误采样。在图中，粗线显示模拟正弦波的完整周期，其中每个完整周期都只获取了一个离散样本。

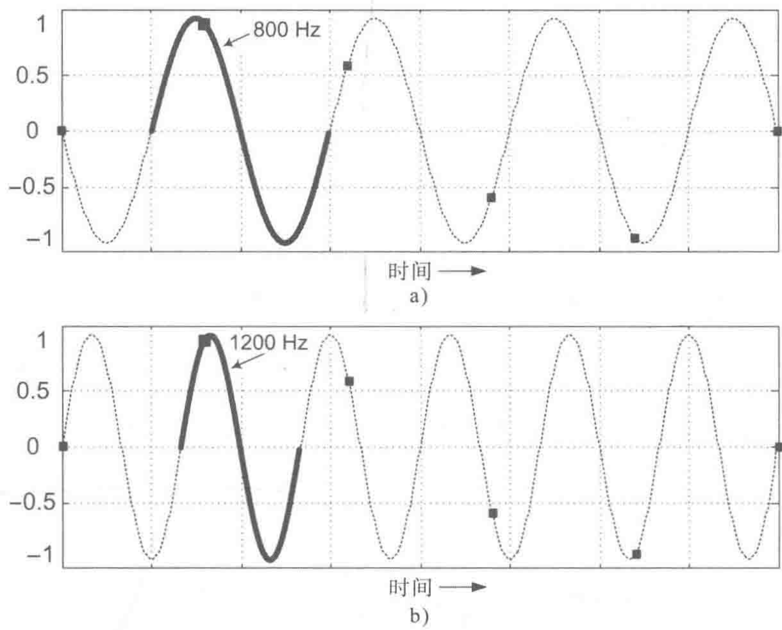


图 5-14 错误的采样方法导致一个完整模拟周期可以由少于两个的样本表示：a) 800Hz 正弦波；b) 1200Hz 正弦波

再强调一次这里的要点：单独从数字信号判断的话（表 5-1 中列出的样本值），我们无法判断出这些数字信号是对一个 200Hz、800Hz，还是 1200Hz 的模拟正弦波信号采样得到的。

5.2.3 我们为什么要关心混叠

混叠的概念在数字信号处理领域非常重要，其含义为某个数字信号可以作为多个不同频率正弦波的采样。下面，我们将用一个例子来说明混叠的重要性。

之前，我们介绍了如何将模拟音乐信号转换为数字信号，然后再将得到的数字采样样本储存到一个数据文件中，并以电子邮件的形式发送给一个朋友。当这位朋友接收到这个数据文件后，再利用合适的软件和计算机上自带的数－模转换器，就可以将文件中包含的数字信号转换为模拟信号，并通过电脑扬声器来聆听之前被采样的音乐。

然而，在对图 5-13 所示的数字信号进行以上处理时，会导致图 5-15 中所示的问题。如果发送的音乐的音调频率是 200Hz，且采样率为 1000Hz，位于接收端的人就会从电脑扬声器听到一个如图 5-15a 所示的 200Hz 的声音，这没有任何问题。

但是，如果原始的模拟音乐信号是一个频率为 800Hz 的正弦波，如图 5-15b 所示，采样率还是 1000Hz，那么这时接收端听到的仍然是一段频率为 200Hz 的模拟正弦波。同样，如果原始模拟音乐信号是一个如图 5-15c 所示的 1200Hz 的正弦波，接收端听到的还是一个 200Hz 模拟正弦波。图 5-15 中所示的情况不应该让我们感到惊讶，因为三封电子邮件中的数字信号是完全一样的。

这就是为什么我们称 800Hz 和 1200Hz 的正弦波为 200Hz 正弦波的**混叠**。在模数转换后，两个原本频率很高的正弦波变成了频率较低的 200Hz 的正弦波。这就是所谓的混叠。

可以发现，如果要使数字信号能够正确表示模拟正弦波（无信息丢失），那么该正弦波的最高频率就不能超过采样频率的一半。在前面所述的例子中，采样频率固定为 1000Hz，那么采样后能正确由数字信号表示的模拟正弦波信号的最高频率为 1000/2=500Hz。这与我们在本章先前提到的对一个正在旋转的秒针照相的实验所得出的结论是不谋而合的，即：

> 想要用一个样本序列正确表示一个包含最高频率 f（单位 Hz）的连续（模拟）信号，那么采样率 f_s 必须为 f 的两倍以上。

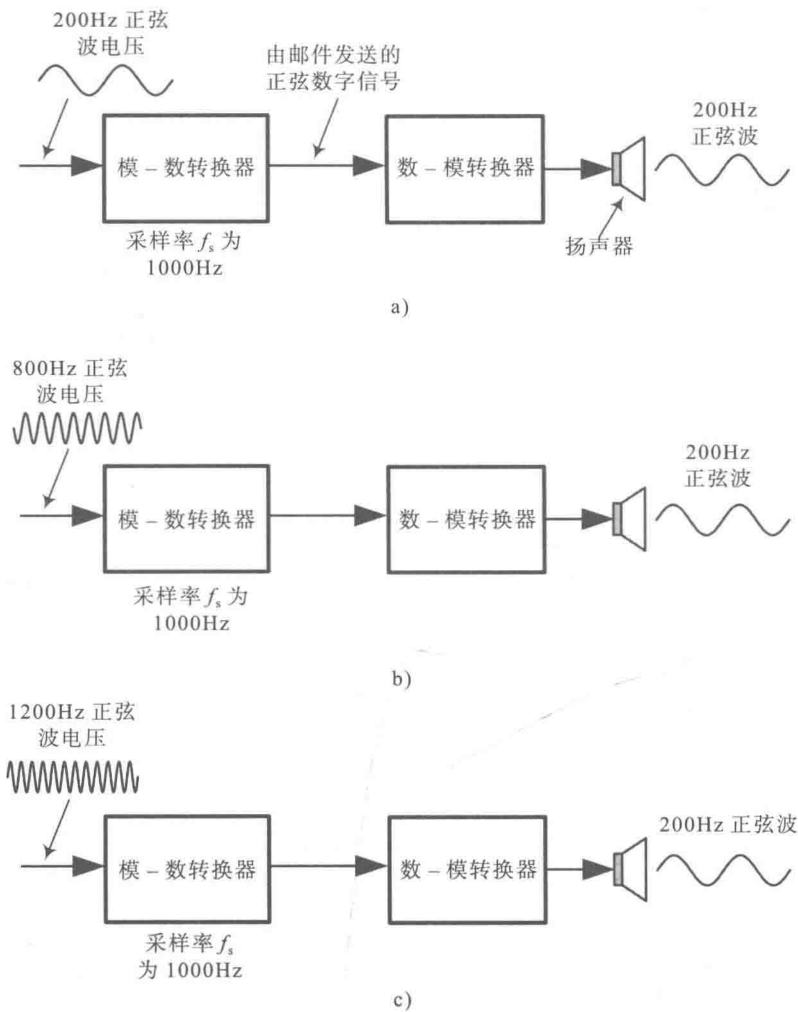


图 5-15 从采样率为 1000Hz 的数字信号中恢复出一个模拟正弦音频信号：a) 原始模拟正弦信号为 200Hz；b) 混叠频率为 800Hz 的原始正弦信号；c) 混叠频率为 1200Hz 的原始正弦信号

在数字信号处理领域，这个采样频率限制就是**奈奎斯特采样定理**。这正是为什么在现代电话系统中，传输采样率f_s=8000Hz 的数字电话信号之前一定要先对输入的模拟声音信号进行滤波处理，以使系统内不含有频率为 8000/2=4000Hz 以上的模拟信号能量，这与第 3 章讨论的结果是一样的。

5.3 数字正弦信号的频谱

那么，我们现在可以来回答“什么是数字信号的频谱？”这个问题，我们

可以用下面的例子来回答。假设我们如图 5-16a 中所示，以 1000Hz 的采样率对一个 200Hz 模拟正弦信号进行采样。采样后的数字信号如图 5-16b 所示。紧接着，我们将这个数字信号存储在一个文件中，并通过电子邮件发送给一个数字信号处理工程师。同时，我们还需要告诉他，模拟正弦信号的采样频率是 f_s=1000Hz，但是别告诉他原始模拟信号的频率。这时候，我们给他一个任务——计算出该数字信号的频谱。

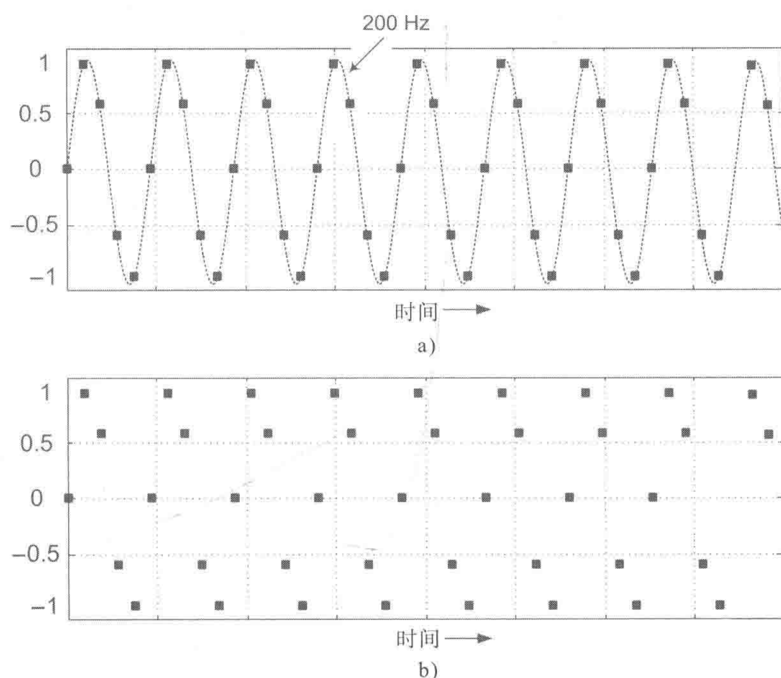


图 5-16　以 1000Hz 的采样率采样一个 200Hz 正弦波：a) 原始正弦波（虚曲线）和数字信号样本；b) 仅有数字信号样本

那么，工程师会对这个数字信号的样本进行数学计算，得出对应的模拟信号的频率是采样频率的五分之一，也就是 1000/5=200Hz。甚至，他还能明确告诉我们这个被采样的模拟信号是一个 200Hz 的正弦波。

但是，考虑到 5.2.3 节中介绍的混叠的概念，这里还可能得出其他结论，即当采样率 f_s=1000Hz 时，原始的模拟信号还可能是 800Hz，1200Hz，1800Hz，或者 2200Hz 的正弦波等。由于采样处理必然会导致频率混叠的现象，因此很难判断到底是哪种频率的模拟信号采样产生了这样的数字信号。

众所周知，采样会导致频率的混淆，数字信号处理领域的先驱们早在数十年前就决定，要分析图 5-16b 中的数字信号频谱，最实际的方法就是采用如

图 5-17 所示的频谱图。给定数字信号的样本值及其采样率 f_s=1000Hz，若要分析数字信号的频谱，那么工程师只能生成如图 5-17 这样的无限周期重复的频谱图像。现在，你应该明白为何在本章的开头阐述：

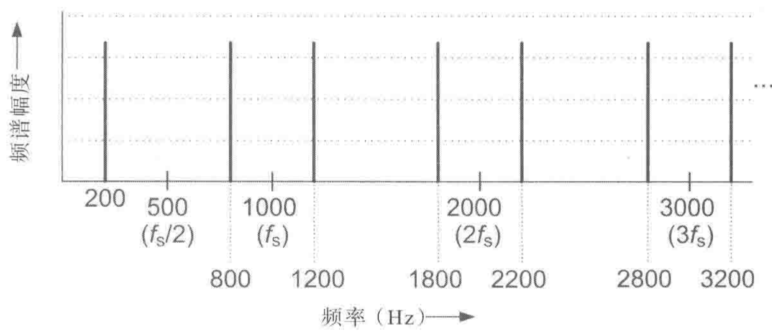


图 5-17　图 5-16b 中数字信号的频谱

将模拟信号转换为数字信号，数字信号的频谱由两个因素决定：（1）待采样模拟信号的频谱；（2）模数转换处理过程的采样率 f_s。

假如我们给工程师再发一封电子邮件告诉他："采样频率 1000Hz 是待采样模拟信号的两倍以上。"那么，所有数字信号频谱的不确定性就被清除了。工程师现在知道了模拟信号的频率要比 f_s/2=500Hz 要低，而图 5-17 中唯一比 500Hz 低的信号频谱只有 200Hz。所以，被采样的模拟信号是 200Hz 的正弦信号，工程师可以画出该数字信号的频谱图，如图 5-18 所示。

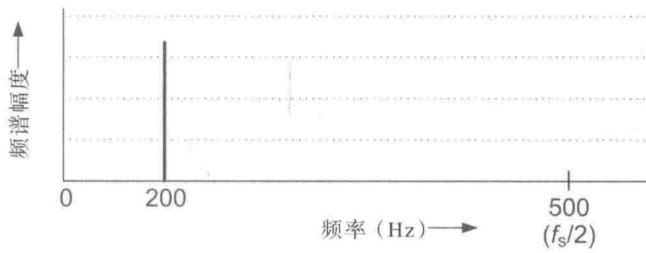


图 5-18　图 5-16b 中数字信号的单值频谱

值得注意的是，图 5-16b 中的数字信号频谱既可以表示为图 5-17，也可以表示为图 5-18。两张图都是正确的，它们都包含了相同的信息量，我们甚至可以通过其中一幅频谱图画出另外一幅频谱图。

5.4　数字语音信号的频谱

为了加强对数字信号频谱的理解，我们一起来看看比简单正弦信号更复杂的数字信号频谱。

在第 3 章，我们展示了一个频谱如图 5-19a 的模拟语音信号。如果我们让这个模拟语音信号通过采样率 f_s=8000Hz 的模 – 数转换器，那么它的频谱如图 5-19b 所示。

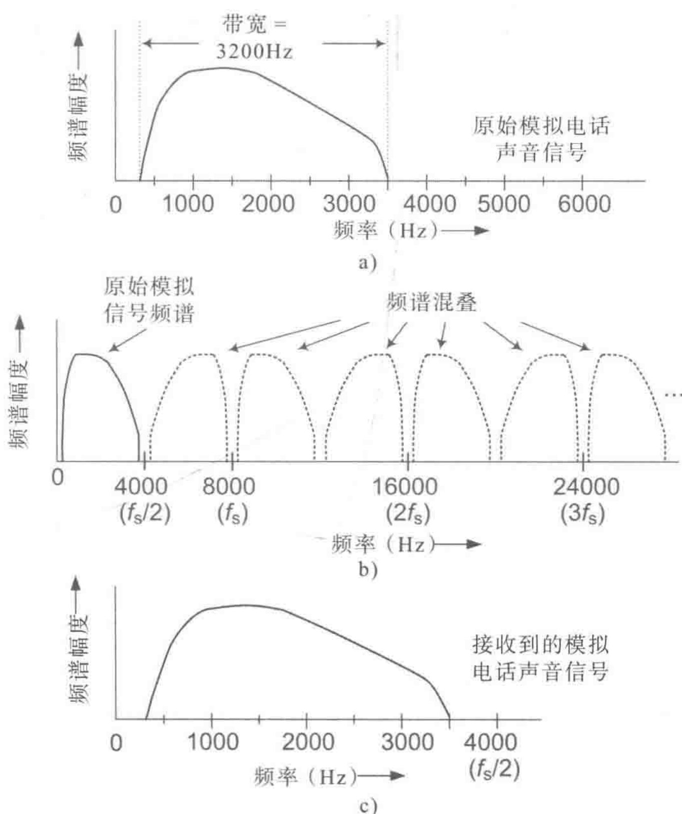


图 5-19　电话声音信号：a) 原始模拟信号频谱；b) 数字信号的重复频谱；c) 数字信号频谱的另一种描述

因为我们已经知道了采样率 f_s=8000Hz 是原始语音信号最高频率的两倍以上，所以就没有如图 5-19b 中的频率混叠现象。由数字信号频谱，我们知道了原始模拟信号频谱位于图 5-19b 中的左侧。我们还可以画出如图 5-19c 所示的频谱图。同样，图 5-19b 和图 5-19c 是等效的，且都是正确的，都表示了该数字语音信号的频谱。

值得一提的是，在现实生活中，电话公司首先将具有如图 5-19b 所示频谱的

数字语音信号从呼叫者附近的交换站传输到接听者附近的交换站。而后，接听者附近的交换站会将接收到的数字语音信号转换回频谱如图 5-19c 所示的模拟语音信号。然后，重新生成的模拟语音信号会传送到到接听者的家庭电话上。由于接听者接收到的模拟语音信号频谱和呼叫者最初产生的模拟语音的频谱相同，如图 5-19a 所示，所以接听者从电话扬声器中听到了清晰的声音。

5.5 数字音乐信号的频谱

音乐信号频谱带宽要比 3.2kHz 带宽的语音信号宽得多。图 5-20a 表示假想的带宽为 6kHz 的音乐信号的频谱。该模拟信号中频率最高的成分频率接近 6kHz。如果我们用一个采样率为 8kHz 的模 – 数转换器采样，那么得到的数字信号频谱如图 5-20b 所示。假设我们将这个数字信号记录在一张 CD 上。

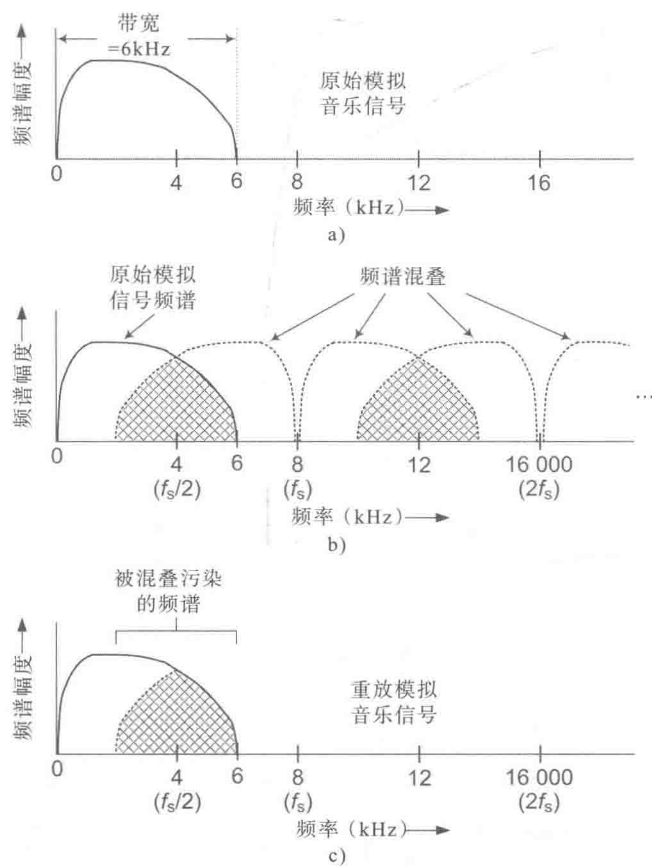


图 5-20 假想的模拟音乐信号：a) 原始音乐信号频谱；b) 带有频谱混叠的数字信号频谱；c) CD 中受到污染的模拟重放信号

由于采样率f_s=8kHz 低于这个模拟信号最高频率的两倍（也就是至少 12kHz），于是混叠频谱与原始模拟信号频谱有重叠部分，如图 5-20b 中的左侧阴影部分所示。这时，由于违背了奈奎斯特采样定理，采样后数字信号的低频部分受到了混叠频谱的干扰。就这个信号而言，如果把记录了这段信号的 CD 放到播放器中，那么我们听到的音乐的频谱将会是图 5-20c 所示的形状。由于有混叠频率部分的影响，这段数字音乐信号听起来总是夹杂有类似水下气泡的咕咕声。

要解决上述频谱混叠问题，录制 CD 的音频工程师仅仅需提高原始模拟信号的采样频率f_s。由于模拟音乐信号最高频谱可达 20kHz（如图 5-21a 所示），因此采样率至少要达到 40kHz。由于多方面的技术原因，一般录制音乐时，采样率定为 44.1kHz，如图 5-21b 所示。我们可以发现采样率为f_s=44.1kHz 时不会导致频谱混叠，如图 5-21c 所示，CD 重放出来的将是不失真的模拟信号。

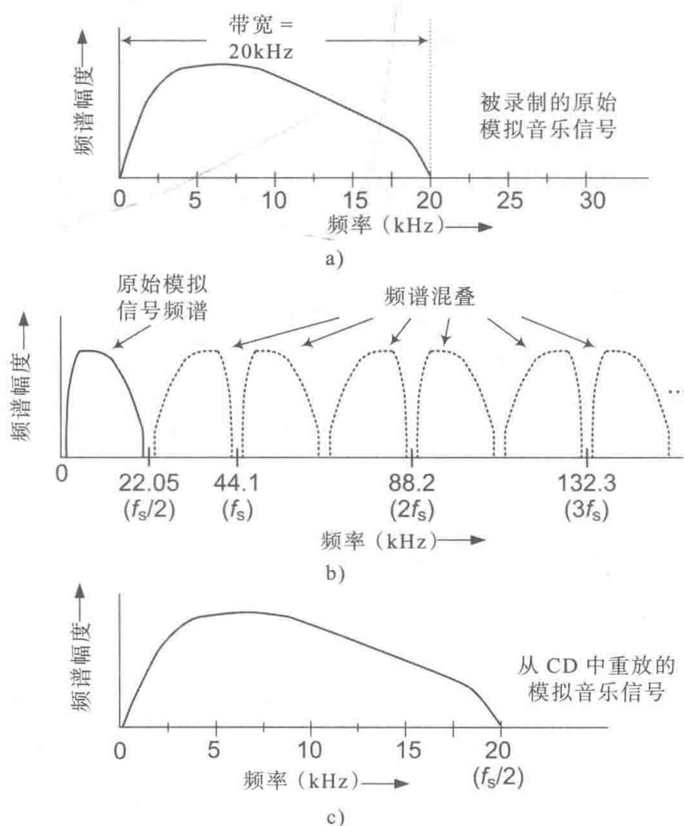


图 5-21 模拟音乐信号：a) 原始模拟音乐信号频谱；b) 没有发生频谱交叠的数字信号频谱；c) CD 中的模拟重放信号频谱

5.6 抗混叠滤波器

在数字信号处理领域，你会经常见到**抗混叠滤波器**这个词。这样的滤波器是一种硬件设备，下面我们用一个例子解释它的工作原理。

想象一个如图 5-22 所示的大型变压器，它一般放置在餐馆或宾馆外的水泥平台上。靠近变压器，你会听到像昆虫叫声一样，“嗡嗡”的低频声。变压器中变化的交流电压激发了变化的磁场，使得变压器中的金属板产生震动。和扬声器中纸盆振动产生声音的原理一样，变压器中金属板的振动会产生 120Hz（如果你生活在欧洲那就是 100Hz）的低频噪声。商业变压器制造商会尽量地减少这种低频噪声，但是为了达到目的，他们必须首先测量 120Hz 噪声信号的振幅（响度）。

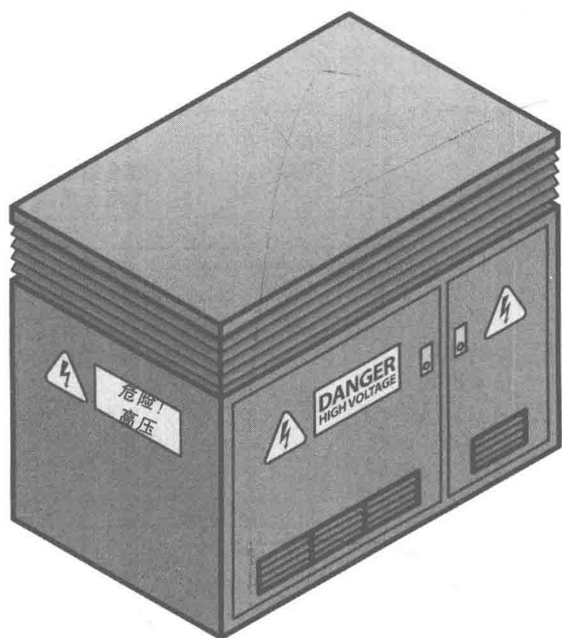


图 5-22　变压器（图片来自 ZernLiew/Shutterstock）

比如，我们的工作是在大型变压器旁近距离测量噪声的振幅，测量步骤如图 5-23a 所示。在测量 120Hz 噪声信号振幅的过程中，必须将模 – 数转换器的采样频率 f_s 设定为至少 2×120Hz，使其满足奈奎斯特采样定理。这里，我们任意选定采样率为 f_s=300Hz，如图 5-23a 所示。

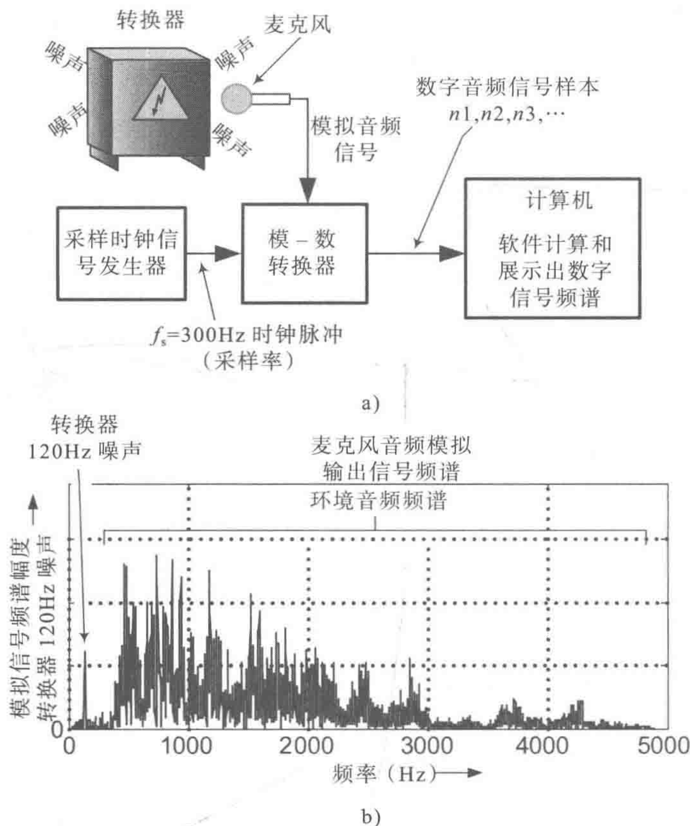


图 5-23　测量一个变压器的 120Hz 噪声信号：a) 测试设备构成；b) 麦克风输出信号频谱

假设麦克风输出的模拟信号频谱如图 5-23b 所示，我们讨论的 120Hz 低频噪声频率分量位于频谱图的左侧，但是此时还存在如汽车、交通等具有较高频率的噪声，位于频谱图的右侧部分。而我们的任务是测量频率为 120Hz 的信号的振幅。

如图 5-24 所示，通过计算和观察模 – 数转换器输出信号的频谱，我们碰到了一个大麻烦：由于采样过程中存在固有的混叠现象，麦克风输出信号的高频能量混叠到了低频能量成分当中，最后使得待测量的频率为 120Hz 的信号被混叠频率的能量严重污染和遮蔽了。

解决这个麻烦，需要在采样之前将输入模 – 数转换器的模拟信号的高频部分去除。如图 5-25a 所示的模拟低通**抗混叠滤波器**可以做到这一点。这种模拟滤波器允许低频信号通过，包括我们所需的 120Hz 信号，而对所有频率高于 120Hz 的信号衰减很大。于是，通过模 – 数转换器后模拟信号的频谱就如图 5-25b 所示。

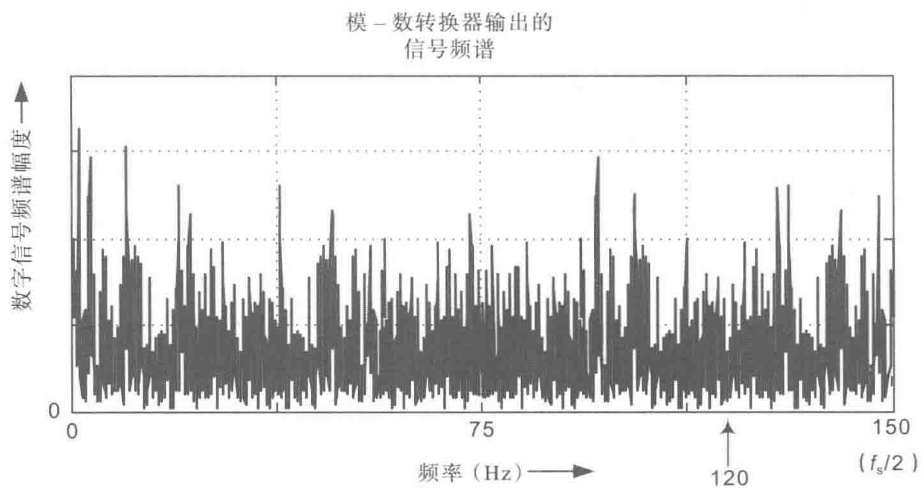


图 5-24 模－数转换器的输出信号频谱

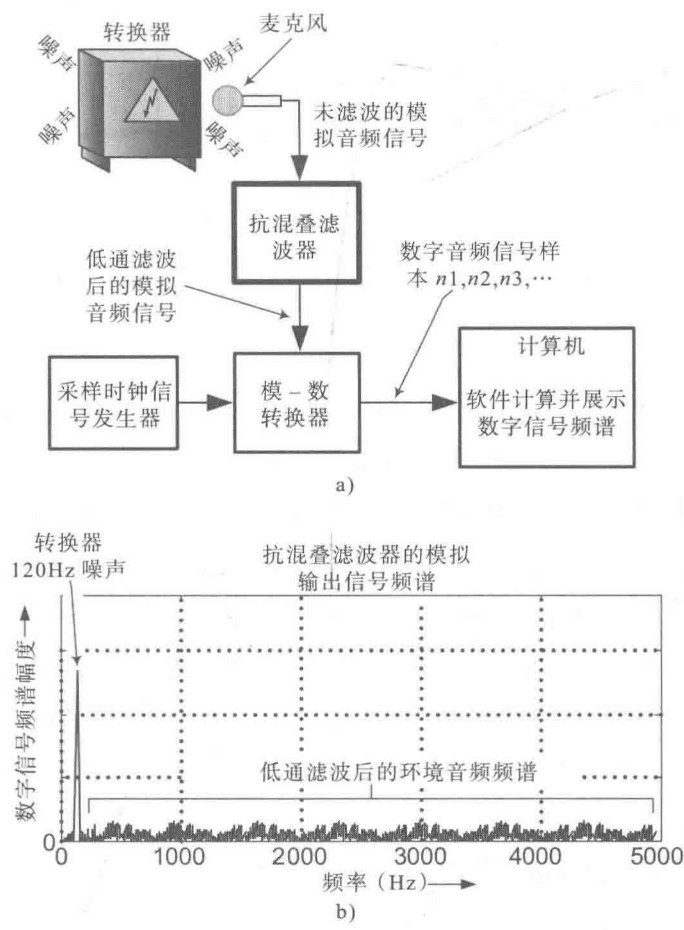


图 5-25 用一个抗混叠滤波器测量 120Hz 音频信号：a) 新的测试设备构成；b) 滤波器模拟输出信号频谱

通过抗混叠滤波器，类似图 5-25b 中频率高于 120Hz 的高频信号的能量被削弱到极低，滤波后的模拟信号输入模 – 数转换器。这样，那些不需要的信号振幅就会很小，那么采样后混叠频率分量的能量也会很小（如图 5-26 所示），因此不会影响对频率为 120Hz 的信号的幅度峰值的测量。所以说，抗混叠滤波器等硬件在采样系统中是必需的。

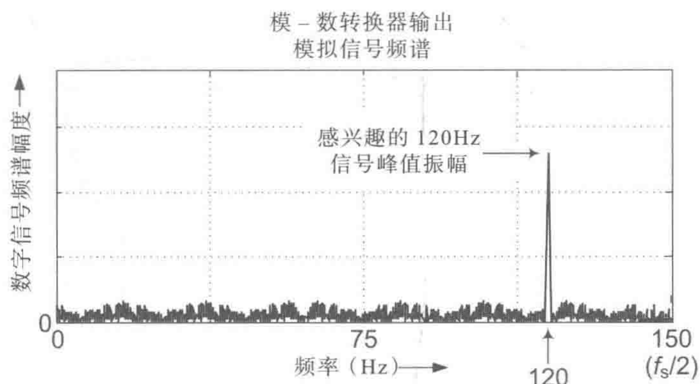


图 5-26 模 – 数转换器输出模拟信号频谱

5.7 模 – 数转换器输出数字

采样过程中的另一个重要问题就是模 – 数转换器产生的数字的性质。

当我们对一个模拟信号进行采样的时候（比如图 5-25a），产生的数字信号序列并不是日常生活中熟悉的十进制数的形式。数字信号序列 $n1, n2, n3, \cdots$ 是以二**进制**形式表示的。有关二进制数的问题以及采样后数字信号用二进制数表示的原因，我们将在第 9 章中讨论。

5.8 本章要点

本章需要掌握的概念有：

- 想要用采样序列正确地对一个最高频率为 f（单位 Hz）的连续（模拟）信号进行采样，采样率必须为 $2f$ 以上（奈奎斯特采样定理）。
- 以采样率 f_s 进行模数转换后，任何频率高于 $f_s/2$ 的模拟正弦波都将转换到 $0 \sim f_s/2$ 的频率范围内。

- 任何数字正弦波信号（离散样本序列），如图 5-13 所示，可以代表无数高频模拟正弦信号的采样样本。
- 在许多对模拟信号采样的实际应用中，模拟信号输入模 – 数转换器之前，都需要首先用抗混叠滤波器消除不需要的高频信号成分。

第 6 章

如何计算数字信号的频谱

6.1 计算数字频谱

数字信号处理中最重要的一步就是计算数字信号的幅度谱，并将之显示出来，如图 6-1 所示。掌握分析数字信号频谱的方法是成为一名合格信号处理工程师的必备条件，就如同医学研究人员必须会使用显微镜。

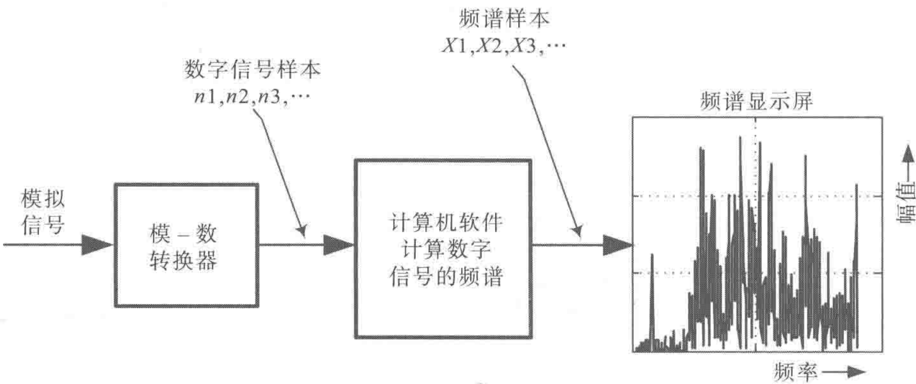


图 6-1 计算和显示数字信号的频谱

今天，计算数字信号频谱有两种基本方法，分别是**离散傅里叶变换**和**快速傅里叶变换**。这两种方法实际上是等价的。本章将简要地介绍这两种频谱计算方法，最后为感兴趣的读者举一个计算数字信号频谱的实例。

6.1.1 离散傅里叶变换

离散傅里叶变换是一种数学方法，其计算过程就是由不同频率的数字正弦和余弦序列构成的阵列与输入数字信号样本做相关运算，从而得到新的离散序列，该序列就是原始输入数字信号的频谱成分。是的，这个定理读起来太拗口了！那么换一种说法，离散傅里叶变换（Discrete Fourier Transform，DFT）就是计算数字信号序列的频谱的数学过程。我们可以将计算得到的频谱结果显示在电脑屏幕上。

尽管离散傅里叶变换的计算过程仅仅是一些基本的比较或者相关运算，但是其数学原理相当复杂，因此，这里我们就不去深究其内部的代数运算细节了。然而，值得一提的是，执行一次离散傅里叶变换的运算量是相当惊人的。举个例子，如果要计算采样频率为 8000Hz、持续时间为 1s 的数字语音信号的频谱，用离散傅里叶变换计算需要执行超过 128×10^6 次的加法运算和超过 256×10^6 次

的乘法运算，才能得出如图 6-1 所示的样本序列 X1，X2，X3，…。这样庞大的数据运算过程被称作“啃数据”都不够确切。而要计算一个持续时间更长、采样频率更高的数字信号的频谱，其计算量更是一个天文数字。幸运的是，由于数学家们的不懈努力和现代数字计算机的广泛使用，今天我们有更高效的方法来计算数字信号的频谱。

6.1.2　快速傅里叶变换

快速傅里叶变换于 20 世纪 60 年代中期在美国提出，这是一项交替计算数字信号频谱的数学技术。事实上，快速傅里叶变换（Fast Fourier Transform，FFT）的计算结果与离散傅里叶变换的计算结果完全相同。然而，与离散傅里叶变换相比，快速傅里叶变换的计算量要小得多。

我们可以用一个例子来说明快速傅里叶变换的计算效率。前文我们想要以 8000Hz 的采样频率计算持续时间为 1s 的数字语音信号的频谱。使用快速傅里叶变换大约需要 100 000 次加法运算和 200 000 次乘法运算。和离散傅里叶变换需要的计算量相比，快速傅里叶变换计算量要少 1/1000 左右。也就是说快速傅里叶变换所需的每一次乘法操作，在离散傅里叶变换中都需要 1000 次乘法来完成！因此，快速傅里叶变换成为现代信号处理工程师计算信号频谱的首选。

小贴士

傅里叶变换的名称取自 19 世纪法国数学家和科学家——让·巴普蒂斯特·约瑟夫·傅里叶（Jean Baptiste Joseph Bonaparte）。傅里叶是拿破仑的挚友。1822 年，他第一个提出“周期性的波形可以表示成各种不同正弦波的总和”。

6.2　频谱计算实例

对于愿意继续深入研习的读者，本节将通过一个简单示例来说明如何计算数字信号的频谱。第 3 章讨论了如图 6-2b 所示的方波模拟信号，它是频率为 2Hz 的正弦模拟信号和幅值相对较小、频率分别为 6Hz 和 10Hz 的正弦模拟信号相加得到的。合成的信号的数字样本如图 6-2c 所示。

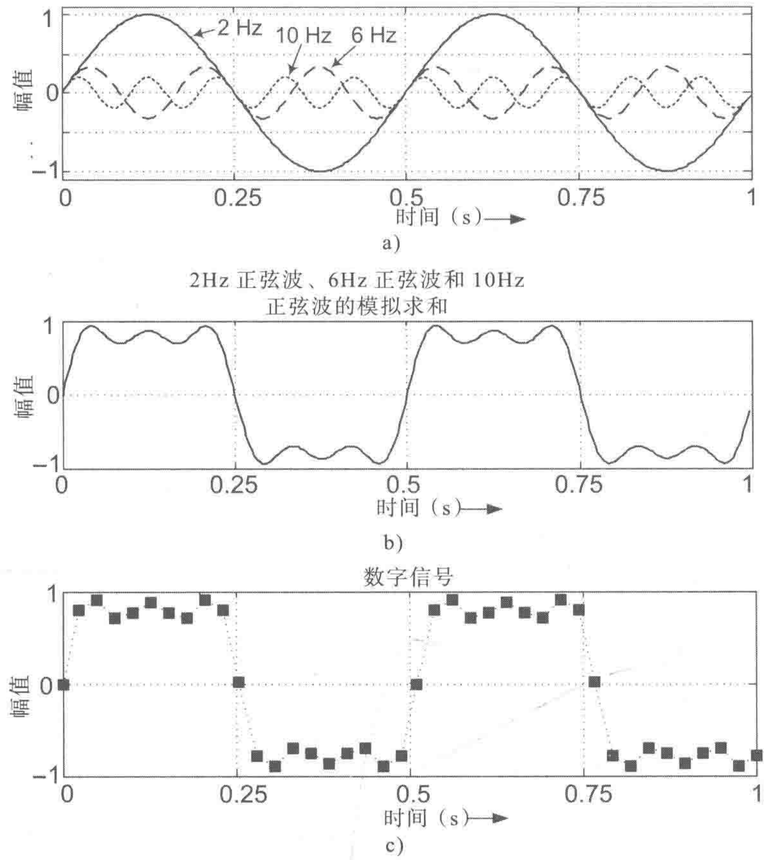


图 6-2　类方波信号：a) 2Hz、6Hz 和 10Hz 模拟正弦波；b) 正弦波的模拟求和；c) 采样率为 40 采样点每秒（40Hz）时，正弦波之和的数字信号形式

6.2.1　计算实例

这个例子的目的是展示计算图 6-2c 中数字信号的频谱的方法。理论上，离散傅里叶变换和快速傅里叶变换计算图 6-2c 所示的数字信号序列的频谱的过程如下：

1）数字信号序列含 40 个样本值；$n1$，$n2$，$n3$，⋯，$n40$，如图 6-3a 所示。首先，产生一个长度为 40、1 倍周期的正弦波样本序列，如图 6-3b 所示。

2）将数字信号序列中每一个样本与 1 倍周期的正弦波序列中对应的样本值相乘，得到 40 个乘积。比如，第 1 个样本的乘积为 $P1=n1\times s1$。第 2 个样本的乘积为 $P2=n2\times s2$，第 3 个样本的乘积为 $P3=n3\times s3$，以此类推，第 40 个样本的乘积为 $P40=n40\times s40$。

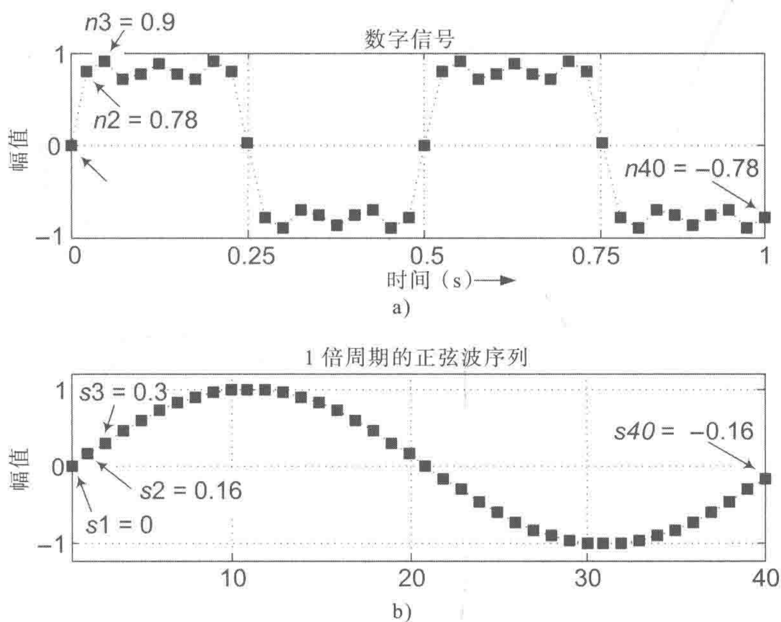


图 6-3　计算频谱的第 1 个样本点 $X1$：a) 数字信号序列；b) 1 倍周期的正弦波序列

3）接着，将这 40 个乘积相加得到所求频谱的第一个样本 $X1$ 的大小，即 $X1=P1+P2+P3+\cdots+P40$。由于这些乘积有正有负，本例中这些乘积总和恰好为 0。即 $X1=0$。

4）产生一个长度为 40、2 倍周期的正弦波样本序列，如图 6-4b 所示。

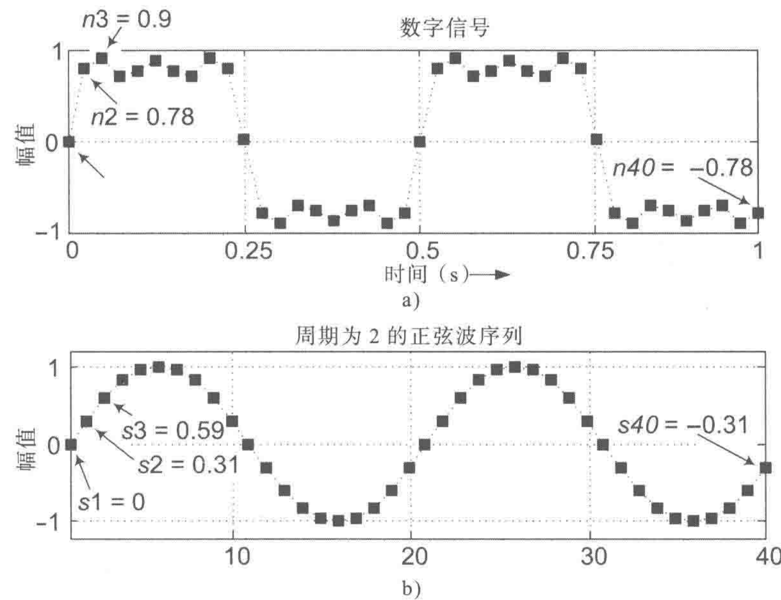


图 6-4　计算频谱的第 2 个样本点 $X2$：a) 数字信号序列；b) 2 倍周期的正弦波序列

5）将每一个数字信号样本值与2倍周期的正弦波序列中对应的样本值相乘，得到40个乘积。同样，新序列的第1个样本点乘积为$P1=n1\times s1$，第2个样本点乘积为$P2=n2\times s2$，第3个样本点乘积为$p3=n3\times s3$，类似，第40个样本点乘积为$P4=n40\times s40$。

6）将40个乘积结果相加得到第2个频谱样本值，即$X2=P1+P2+P3+\cdots+P40$。这里，相加结果为20，即$X2=20$。

7）接下来，产生一个长度为40、3倍周期的正弦波样本序列，如图6-5b所示。

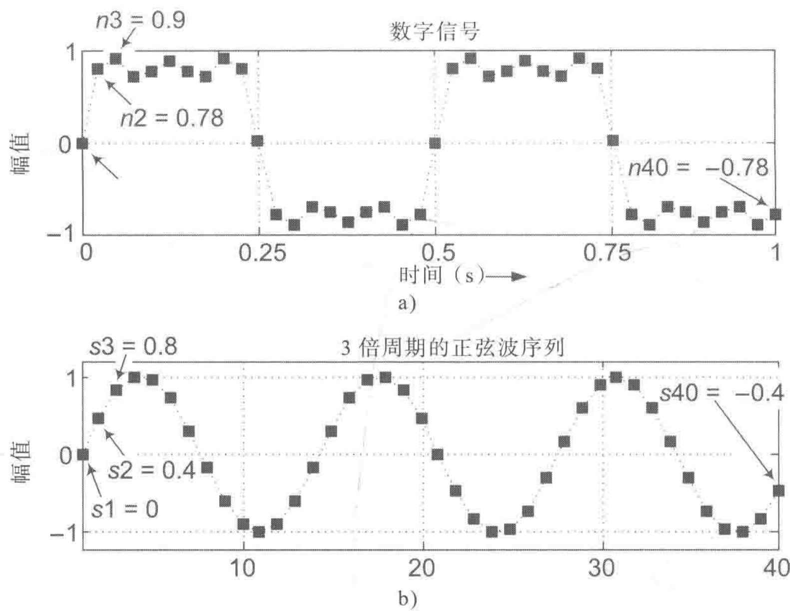


图6-5 计算频谱的第一个样本点$X3$：a) 数字信号序列；b) 3倍周期的正弦波序列

8）如前所述，将每一个数字信号样本值与3倍周期的正弦波序列中对应的样本值相乘，得到40个乘积。

9）将40个乘积结果相加得到第3个频谱样本值，其值为$X3=P1+P2+P3+\cdots+P40$。我们这个例子相加结果为0，即$X3=0$。

10）重复第7～9步17次，每重复一次就增加正弦波序列的周期，直到计算得到从$X1$到$X20$的20个频谱样本值。

11）在以频率为横轴的坐标图上绘出这20个频谱样本值。

表6-1给出了以方波数字信号为例执行上述步骤得到的20个频谱样本值。图6-6给出了由这些频谱样本值画出的频谱图。（图6-6a和图6-6b展示了两种

常见的绘图方法。其中一个图用离散点来表示频谱样本，另一个图用实线连接频谱样本值并且不把离散点画出来。）图中，我们看到该数字信号包含较高幅度的 2Hz 频率分量，较低幅度的 6Hz 频率分量和更低幅度的 10Hz 频率分量。回顾图 6-2a, 我们看到图 6-6 中频谱结果是正确的。

表 6-1　频谱样本值

频谱样本值	
$X1 = 0$	$X11 = 0$
$X2 = 20$	$X12 = 0$
$X3 = 0$	$X13 = 0$
$X4 = 0$	$X14 = 0$
$X5 = 0$	$X15 = 0$
$X6 = 6.66$	$X16 = 0$
$X7 = 0$	$X17 = 0$
$X8 = 0$	$X18 = 0$
$X9 = 0$	$X19 = 0$
$X10 = 4$	$X20 = 0$

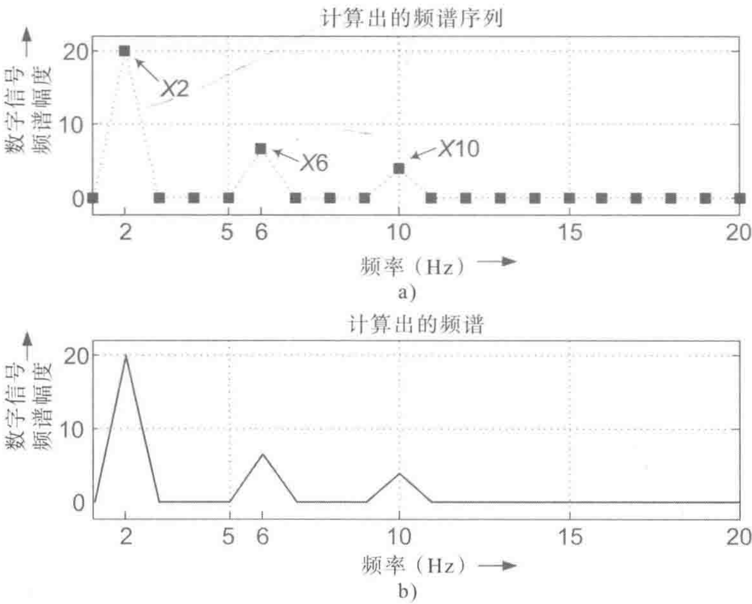


图 6-6　数字类方波信号的频谱的两种绘图格式：a) 以点的形式表示频谱样本；b) 以实线连接频谱样本并去掉点

6.2.2 相关运算的含义

针对以上例子，在图 6-3 中，数字信号中的每一个样本值与 1 倍周期的正弦波序列中对应的样本值相乘得到 40 个乘积并相加，结果为 $X1=0$。这些乘积之和 $X1$ 这个数值表明 1 倍周期的正弦波序列与方波数字信号有多相似，$X1=0$ 这个值告诉我们，该数字信号与 1Hz 的正弦波序列相比差异很大。换句话说，$X1=0$ 显示该数字信号在 1Hz 处频谱能量为 0。

然而，图 6-4 中，数字信号中的每一个样本值与 2 倍周期的正弦波序列中对应的样本值相乘得到 40 个乘积并相加，结果为 $X2=20$。$X2=20$ 这个值告诉我们该数字信号与 2Hz 正弦波序列相比差异很小。（2 倍周期的正弦波序列的峰值与谷值恰好与方波数字信号的正值和负值对齐。）也就是说，$X2=20$ 显示该数字信号在 2Hz 处含有大量的频谱能量。

继续对乘积求和，我们发现除了当正弦波序列频率为 2Hz、6Hz 和 10Hz 时，所计算的数值结果总是为零。因此，该方波数字信号在 2Hz、6Hz、10Hz 处含有不同的频谱能量。

> **小贴士**
>
> 数学上，我们通常把以上对乘积的求和运算命名为**相关**。在第 7 章中，我们将看到正弦波以外的波形的对比。

6.3 频谱分析实例

接下来我们看一个现实世界中频谱分析的例子。考虑制造公司工厂中的一台大型电动机（如啤酒桶一样大），如图 6-7a 所示。电动机可能要驱动一台重型水泵或一条大传送带，不管怎样，我们假设电动机的驱动齿轮使更大的齿轮转动，如图 6-7b 所示。

当电动机及所有附属设备第一次安装好后，齿轮上的轮齿啮合得很好，如图 6-7b 所示。但是一段时间后，驱动齿轮慢慢磨损，如图 6-7c 所示。当驱动齿轮的轮齿严重磨损时，会发生工厂工程师们不希望发生的意外设备故障。

一些聪明的工程师对电动机的振动进行频谱分析，从而判断电动机是否存在设备故障。具体做法是：工厂刚配置了新的发动机以及和它连接的机械设备，工程师就将一个振动感应器附着在发动机外壳上，如图 6-7a 所示，正如麦克风将

由空气压力波动组成的声信号转换为电压信号，振动感应器将机械振动转换为电压值。通过模－数转换器，模拟的振动信号被转换成数字信号并输送到计算机。计算机使用快速傅里叶变换软件计算并显示工厂新设备的振动频谱。如果发动机每秒旋转20圈，驱动齿轮有12个轮齿，那么振动频谱将包含一个如图6-8a所示的20×12×240Hz的频率分量（除发动机本身产生的20Hz的频率分量外）。

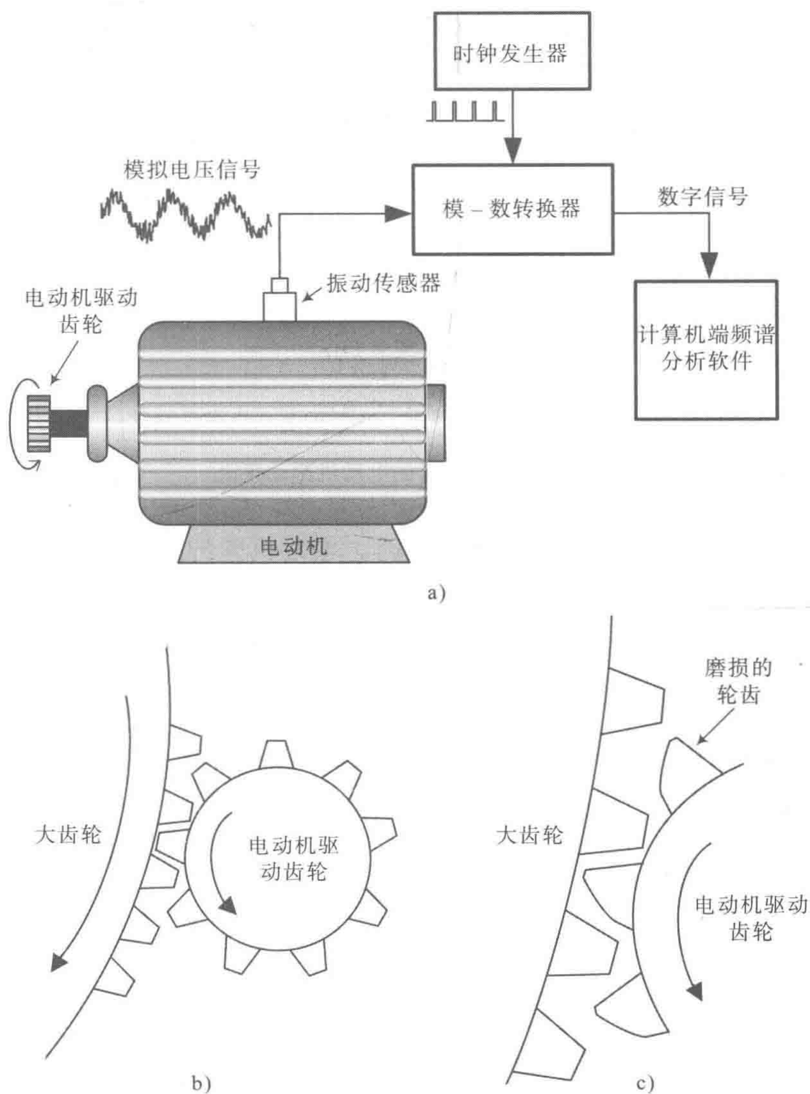


图6-7　电动机和齿轮：a) 电动机及其振动测试方案；b) 未磨损的电动机驱动齿轮；c) 已磨损的电动机驱动齿轮

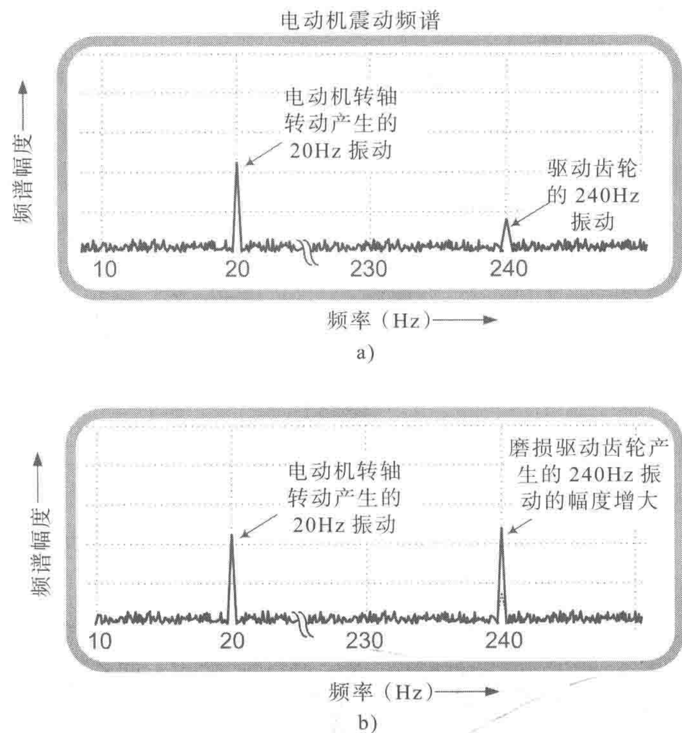


图 6-8　电动机振动频谱：a) 新的电动机振动频谱；b) 已磨损齿轮的电动机振动频谱

当发动机驱动齿轮的轮齿出现磨损时，电动机壳的振动会更加加剧。所以，在安装新设备数月后，工厂的工程师们重新检测了电动机的振动频谱。假定再次检测得出的频谱图如图 6-8b 所示。观察到频谱图中 240Hz 的频率分量的振幅增大，工程师们便将 240Hz 处的频谱放大，如图 6-9 所示。从放大的频谱上，工程师们了解到驱动齿轮的轮齿磨损了。通过这种办法，工程师们可以安排维修保养，从而把对工厂生产造成的影响降到最小。

6.4　本章要点

本章需要理解的概念有：

- ❑ 离散傅里叶变换（DFT）和快速傅里叶变换（FFT）都是计算数字信号频谱的数学方法，它们在功能上是等价的。
- ❑ 离散傅里叶变换需要大量的算术运算。
- ❑ 快速傅里叶变换需要的算术运算相对较少，是目前最常用的计算数字信号

频谱的方法。

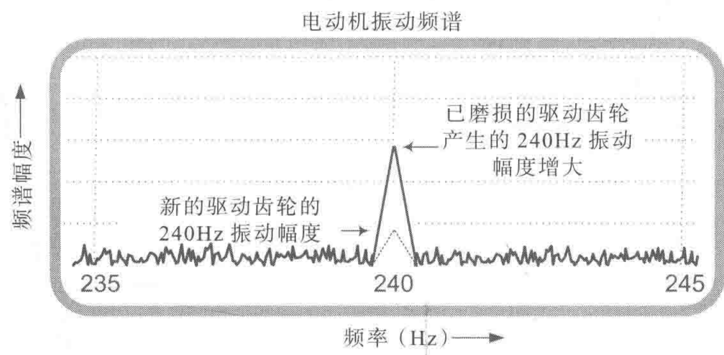
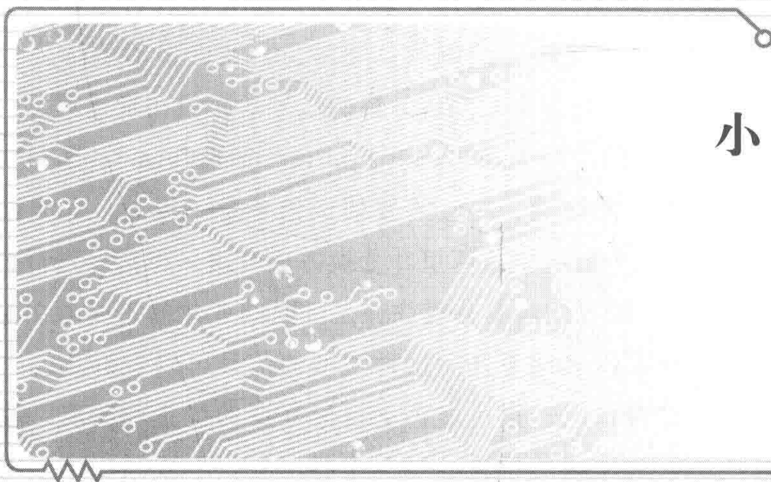


图 6-9　旧齿轮电动机振动频谱细节图



第7章

小　　波

在数字信号处理学科中，有一个研究领域被称作小波。正如我们将要解释的，小波变换与傅里叶变换相似，但通过小波，我们可以同时找到感兴趣信号的频域与时域特征。小波分析广泛应用于信号与图像处理、医学、经济学、雷达、声纳、地质学以及其他诸多不同领域。通常，小波变换的数学公式难以理解，事实上可以把它简单理解为与我们所分析的信号的相关比较运算。

前面章节评述了快速傅里叶变换（Fast Fourier Transform），这种变换可以看作是与信号的一系列相关运算，并且需要假设信号是一致的，即频域成分不随时间改变。于是可以用一般的快速傅里叶变换方法对这一类信号进行分析。

然而，现实世界中，信号的频率分量往往是随时间变化的，或者在某些特定的时间会出现脉冲、异常等其他事件。这种类型的信号可以告诉我们物体在地球上的位置、心脏的健康情况、雷达屏幕上目标亮点的位置和速度、股票市场的走势，或者是地下石油储藏的位置。对于这些信号，小波分析不仅能够提供信号谱信息，而且能够提供这些谱分量在什么时候出现。这是进行信号分析非常有用的一个的特性。现在我们将演示简单脉冲信号的快速傅里叶变换和小波变换。

7.1 快速傅里叶变换——快速回顾

简单的回顾

如图 7-1 所示，我们首先将脉冲信号（D）与频率为 40Hz 的正弦波信号逐点对比。那么可以得到一个反映匹配度的相关系数值，它表示在脉冲信号中含有多少该特定频率的特定信号。

我们观察到，脉冲 D 在 1/4 秒内出现 5 个循环，这意味着它在 1 秒内有 20 个循环，或者说它的频率为 20Hz。对比正弦波信号 A 拥有两倍于脉冲 D 的频率（40Hz）。即使在脉冲信号 D 的非零区域，其相关系数值也不是特别大。

把波形 A 的频率从 40Hz 降到 20Hz（即波形 B），对该正弦波进行 2 倍拉伸，使得它在 1 秒内只有 20 个周期。我们再一次用脉冲 D 在 1 秒的区间内与波形 B 进行逐点比较，得到的相关系数却是另外一个值，它表明了脉冲信号中包含多少个这样的低频正弦波（现在该正弦波与脉冲的频率相同）。这一次，脉冲与 20Hz 正弦波的相关性比较结果很好。波形 B 的波峰和波谷与 D 的脉冲部分是对齐的（或者可以进行简单的平移使之对齐），因此，我们可以得到一个很大的相关值。

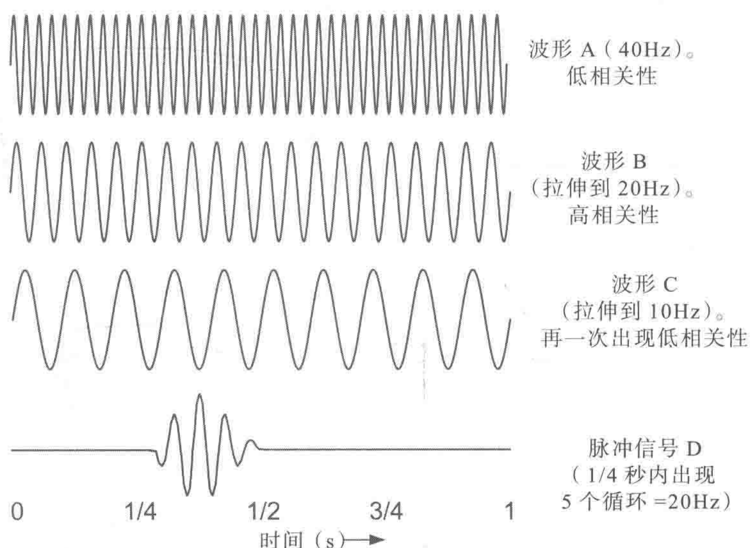


图 7-1 示例波形的快速傅里叶变换对比

图 7-1 还向我们展示了波形 C，即把原始正弦波 A 拉伸 4 倍，使它在 1 秒的区间里只有 10 个周期的波形。10Hz 的正弦波与脉冲 D 的比较结果同样不理想。我们继续拉伸正弦波使它变成一条直线，即频率为 0，比较结果越发糟糕。

快速傅里叶变换将脉冲信号 D 同一系列拉伸的正弦信号比较，而不仅仅是图 7-1 所示的 3 个不同频率的正弦信号。当正弦波频率和脉冲的频率最匹配时，得到最佳相关值。图 7-2 给出了脉冲信号 D 的真实 FFT 的一部分，图中标出了图 7-1 中所示的三个正弦信号 A、B 和 C 的位置。可以看到，FFT 只能正确告诉我们脉冲信号的主要频率为 20Hz，但是不能告诉我们脉冲出现的时间！

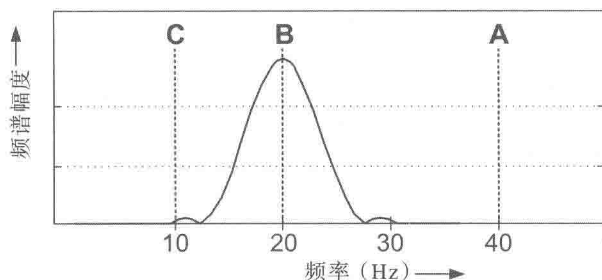


图 7-2 图 7-1 的脉冲信号 D 与三个正弦信号的 FFT 频谱图

7.2 连续小波变换

小波方法是令人兴奋的，它同样进行一系列比较，但不使是同无限长的、只进行拉伸而不改变波形的正弦波比较，取而代之的是更小更短的波形（我们称之为小波），以便于精确定位比较的位置。

使用连续小波变换（Continuous Wavelet Transform，CWT）的方法是，通过大量地对小波进行伸缩和平移，得到一系列相关系数。如果所分析的信号包含我们感兴趣的事件，那么当被拉伸的小波在频率上与该事件类似，移动它使二者在时间轴上对齐时，就会得到最理想的相关性，即比较大的相关系数。了解了产生对比结果值的伸缩与平移变换，就可以在一个信号中同时确定感兴趣的事件在时域和频域中的情况。

图 7-3 展示了这个过程，我们使用小波替代正弦波来进行比较。波形 A 给出了 1/8 秒长度的被称为 Daubechies-20 小波，从起点（定义为零时刻 t=0）开始，到 1/4 秒处完全消止，随后零值延续到 1 秒处。该小波与脉冲信号 D 的逐点对比结果很不理想，并且得到一个很小的相关系数值。

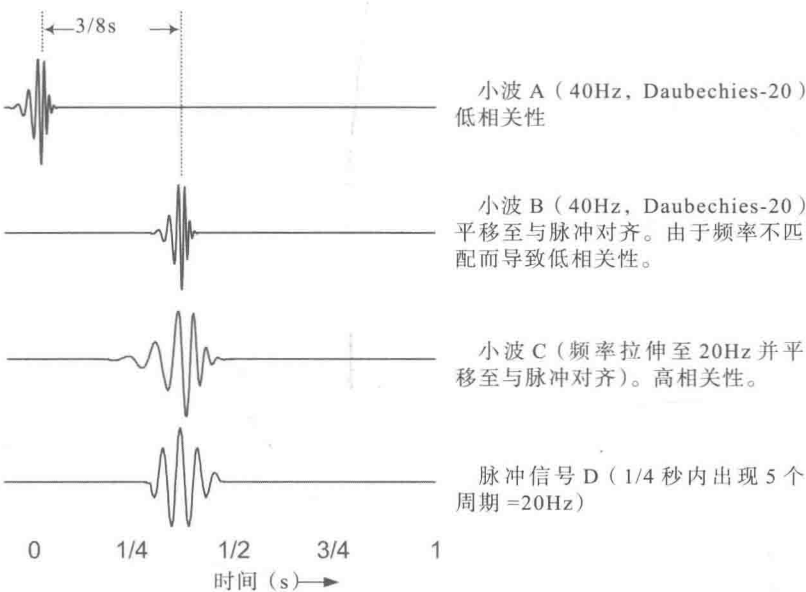


图 7-3 脉冲信号与一系列伸缩平移小波的连续小波变换对比

在前面的 FFT 讨论中，我们直接进行拉伸处理。而在小波变换中，我们则把小波慢慢地向右平移，并用这个新的小波进行另一个比较，得到另一个相关

值。继续平移直到这个 Daubechies-20 小波到达 3/8 秒位置处，如图 7-3B 所示。我们得到一个比 A 稍微好一些的对比结果，但仍然不理想，因为 B 与 D 的频率不同。

完成整个 1s 区间的平移后，在起始点对小波进行平滑拉伸，并且重复向右平移的过程，得到另一个相关性数值的集合。图 7-3C 给出了 Daubechies-20 小波拉伸至频率大约等于脉冲 D 的频率，并且向右移动到波峰和波谷对齐位置的情况。这种特殊状态的拉伸和平移，应该能得到一个非常好的比较结果和一个较大的相关性数值。然而，当进一步向右平移时，即使在同样的拉伸情况下，相关性也会逐渐变差。

连续小波变换中，每一次的拉伸和平移都会得到一个相关性数值。对于所有伸缩平移状态下的相关性结果，我们使用一个三维图像来表示，以拉伸度（大约是频率的倒数）为纵坐标，时间域的平移为横坐标，亮度表示相关性强度。图 7-4 表示图 7-3 中脉冲信号 D 的连续小波变换结果。注意脉冲信号与 Daubechies-20 小波的波峰与波谷的强相关性（亮区域），最强点（即最亮点）出现在所有波峰波谷完美对齐的情况下。

图 7-4 表明最好的相关性出现在最亮点处，即在 1/4s 和 1/2s 之间。这个位置与我们所了解的脉冲位置相吻合。图 7-4 同样告诉我们小波需要多大程度的拉伸（或者说是尺度变换），表明了脉冲信号的大致频率。因此，我们不但知道了脉冲的频率，还知道了它出现的时刻。

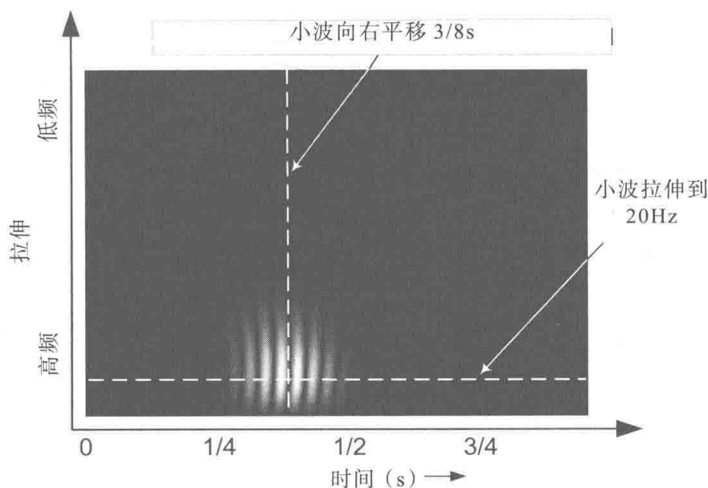


图 7-4　表现脉冲信号时间和频率的连续小波变换图（白色条纹表示信号和小波的波峰和波谷在什么时间对齐）

日常生活中，也存在同时考虑时间和频率概念的情况。举一个例子来说，一段乐谱可以告诉钢琴家在小节的第一拍同时弹奏三个不同频率的 C 和弦。

在图 7-3 给出的简单例子中，我们可以仅关注脉冲 D 的位置和频率。下一个例子是在现实世界中更具代表性的小波。

图 7-5a 给出了一个正弦波信号，但在 Time=180 时刻带有一个幅度非常小、而且时间很短的不连续点。该信号的时间 – 幅度图像并不能表现这个微小的事件。标准的快速傅里叶变换得到的幅频图像可以告诉我们在这个不完美的正弦波信号中含有哪些频率分量，但不能表现这些频率分量在哪个时刻出现。

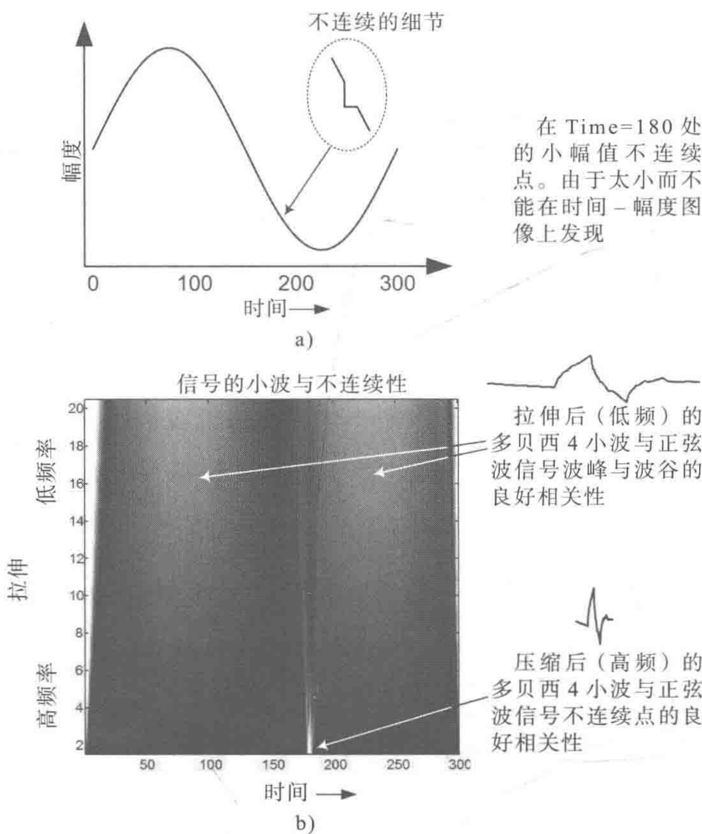


图 7-5 一个小幅值不连续点的检测：a) 正弦波信号在 Time=180 时刻含有一个隐藏的不连续点；b) 带有隐藏不连续点的正弦波信号的连续小波变换

然而，在图 7-5b 所示的小波变换结果图中，在图的底部，我们可以清楚地看到当小波伸缩至很小的一个范围时，在 Time=180 时刻有一条垂直的白色条纹，表明有一个很高的频率分量。更重要的是，这个微小的不连续点在时域内被精确地识别和找到。连续小波变换同样可以在更高的范围里找到更大的振荡

波，只要小波伸缩至合适的条件并且与该低频振荡波具有很好的相关性。对于上述的微小不连续点，我们使用了被称为 Daubechies-4 的短小波去完成最完美的比较。

这个例子说明了小波分析为什么被称为数学显微镜，因为它能够在各种各样长度和频率的信号中找到我们所感兴趣的信息。

小贴士

当然，连续小波变换也被用在数字计算机中，所谓“连续”并不是我们在本书中讨论的模拟信号层面的真正意义上的连续。在小波的世界里，“连续”意味着我们计算比短序列的离散小波变换多很多的离散序列样本（所有可能情况的平移和伸缩）。连续是相对的连续。

你将在小波世界中会遇到一些非常新奇的东西，因为一些已有的名词将被赋予了新的意义。除了意味着大量样本的“连续”，这还包括：2抽取、扩张（表示扩大或缩小）、平移变换（表示平移）、尺度变换（表示伸缩）还有一些表示家庭关系的词语，例如父小波、母小波、子小波。正如矮胖子（Humpty Dumpty）在《走到镜子里》（《Through the Looking Glass》）所说的：“当我使用一个词的时候，它只表达我选择让它表达的意思。”

除了被当作显微镜，在我们的信号数据中找到隐藏的信息之外，小波分析也能在各种各样的频率分量中分离数据，就像快速傅里叶变换所做的一样。快速傅里叶变换用于去除存在于整个信号中不想要的噪声，例如 60Hz 的音频嗡嗡声。然而，不同于快速傅里叶变换，小波变换允许我们去除信号数据中特定时间存在的频率分量，这个特性给了我们一个很有用的工具：在频域范围内丢掉坏的成分，保留好的成分。

我们下面将要讨论的小波变换，被称为离散小波变换（Discrete Wavelet Transform，DWT）。在去噪或者图像压缩应用中，通过易于计算的离散逆小波变换（Inverse Discrete Wavelet Transform，IDWT），可以从去掉噪声或者多余信号以后的信号数据中重建原始信号。

7.2.1 非抽取小波变换或冗余离散小波变换

有一种离散小波变换叫作冗余离散小波变换（Redundant Discrete Wavelet Transform，RDWT），通常也被称为非抽取离散小波变换（Undecimated Discrete Wavelet Transform，UDWT），理由我们马上就可以知道。在冗余离散小波变换中，我们首先用小波滤波器和它自身进行比较（相关），这会产生出一个半通带高通滤波器或超滤器。用这个超滤器和我们的信号进行比较或相关，就会提取出最高的半频率。在一些非常简单的滤波应用中，我们仅仅抛弃那些选定时间段的高频分量然后重建出去噪后的信号。

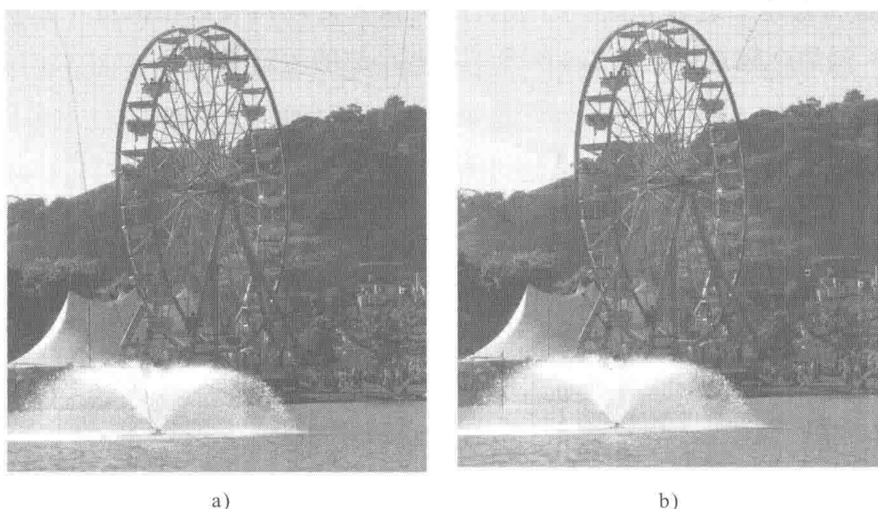
7.2.2 传统 / 采样离散小波变换

在连续小波变换和冗余离散小波变换中，我们可以伸缩小波，然后与信号进行比较。而在传统的离散小波变换中，通过 2 抽取缩短（下采样）信号，然后将缩短后的信号与不变小波信号比较。信号中没有被抽取的点都被抛弃。这时，我们不得不考虑由此而来的混叠现象（由于没有足够的样本来表示高频分量，会产生错误的信号）。另外，还必须考虑变换的移不变性（丢弃偶数位置的信号和丢弃奇数位置的信号，结果会一样么？当然不是）。

仔细分析，我们可以解决所有的问题。首先，传统离散小波变换滤波器组具有令人惊奇的特性，就是可以消除混叠——结合小波基和三个相似的小波，就可以完美地重建原始信号。因此，小波的条件非常的严格，这也就是我们通常会发现小波的样子看起很奇怪的部分原因。

在冗余离散小波变换中，我们可以从传统离散小波变换中获得频谱，丢弃不需要的部分从而进行信号去噪——只要注意不要丢弃能够消除混叠的重要部分。正确而小心的抽取操作同样有助于对信号的压缩。

图像压缩在信号处理领域中是常见的应用，它指的是在图像质量退化可接受的前提下减小尺寸和压缩比特数。压缩一张图片的文件大小可以使我们在有限硬盘空间里存储更多的图像，也可以减少图片下载和传送的时间。图 7-6 表示的是使用小波方法的现代 JPEG 图像压缩。图 7-6a 是原始图像，图 7-6b 给出的是该图像 9/7 双正交小波压缩版本。重要的是左边的图像文件需要的比特数是右边经小波压缩后的图像的比特数的 157 倍！你能看出这两幅图像有什么差别吗？



a) b)

图 7-6 9/7 双正交小波压缩的 JPEG 图像：a) 压缩前；b) 压缩后

小贴士

提到 JPEG 图像文件，你也可能听说过 MPEG 视频文件。电脑里的文件扩展名“jpg”、“mpg”是它们的缩写。它们是电子文件压缩方法的工业标准。JPEG 代表“联合图像专家组（Joint Photographic Experts Group）”，MPEG 代表“动态图像专家组（Motion Pictures Experts Group）”。

目前，小波的类型很多。第一类来自数学公式，而第二类从只需要两个点（两个采样值）的基本小波滤波器组构建。Daubechies-4、Daubechise-20、双正交小波就是第二类小波分析的例子。图 7-7 给出的是连续 Daubechies-4 小波 768 点的逼近结果和四个滤波器点（再加上两个零值点）。

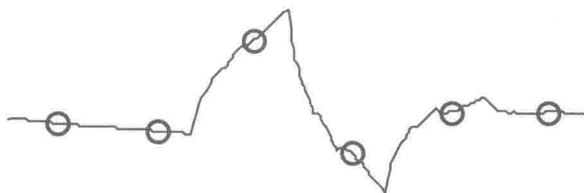


图 7-7 Daubechies-4 小波与四个原始滤波器点和两个零值点

一些小波还具有对称性（主要应用在人类视觉感知领域），例如双正交小波对。香农小波和 sinc 小波可以检测特定频率的事件。Haar 小波（最短）适用于

边缘检测和重建二进制脉冲。Coiflet 小波擅长处理具有自相似性（分形）的信号数据，例如金融走势。图 7-8 给出了一些小波的示意图。

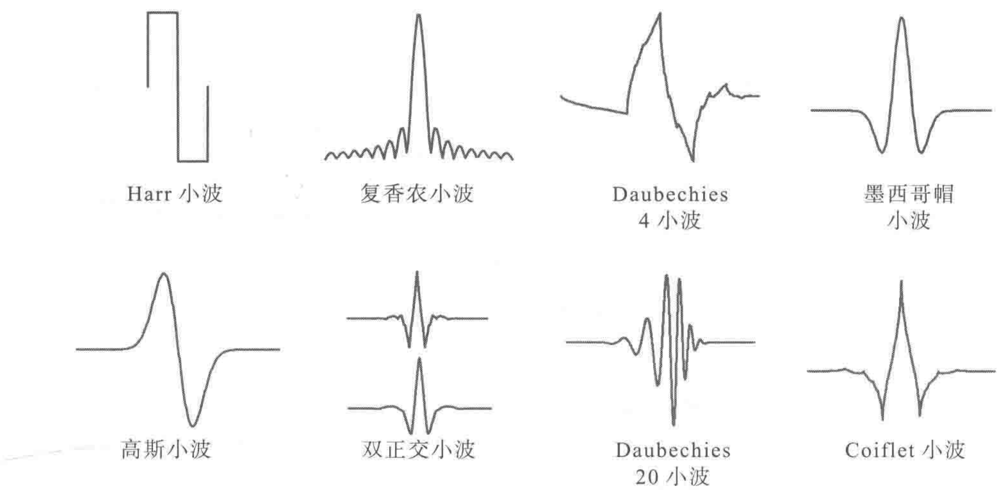


图 7-8 一些小波的示意图

如果有必要，你甚至可以创造自己的小波。但是，有太多小波被提出来，可以选择的合适的小波函数太多了，这对于工程师来说也是一种困扰。我们已经了解到，小波可以伸缩和平移变换，具有极强的适应性。通过简单的分析，你也许可以勉强选择一个不那么完美的小波来进行信号处理，但是不要因为选择过多而放弃使用小波方法。

针对现实世界中在特定时间存在频率异常或突变的信号，小波分析是一种非常有用的方法，请相信花在学习和正确使用小波上的时间将会使你得到丰厚的回报。如果需要了解更多关于小波的信息，请访问 http://www.ConceptualWavelets.com。

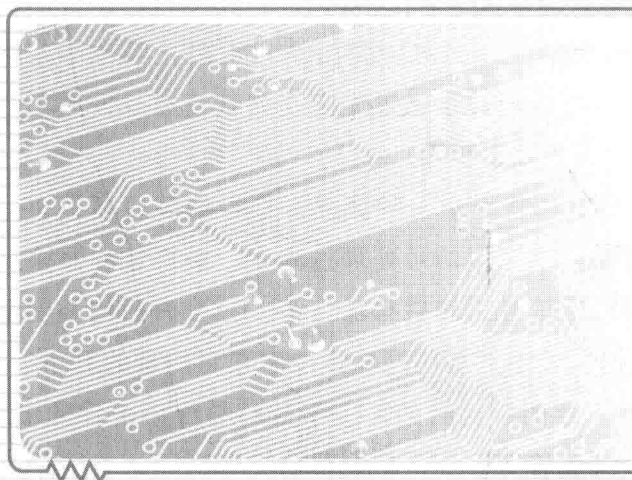
7.3 本章要点

本章中应该记住以下概念：

- ❑小波变换（小波）是一种数学处理方法，它可以帮助我们分析某些频率随时间变化或存在脉冲、异常或其他突发事件的数字信号的频谱。
- ❑小波可以帮助我们检测数字信号中幅度上的细微不连续点和其他隐藏

事件。

- 小波在图像压缩和大部分现代数码相机、手机中有着广泛的使用。
- 小波方法中有许多不同类型的小波变换。它们都有伸缩和平移过程，也具有很强的适应性。然而，对于特定的应用，一种类型的小波可能比另一种效果更好，例如双正交小波擅长处理图像，Haar 小波擅长处理短时事件，Daubechies-20 小波擅长处理线性调频信号，香农小波擅长处理特定频率事件等。



第 8 章 数字滤波器

在前面的章节中，我们提到了对模拟和数字信号进行滤波的概念。因为滤波在所有的语音通信、音乐和视频信号处理系统中都是至关重要的一步，所以我们要进一步学习滤波器和滤波的相关知识。

所谓**滤波器**，就是一个允许信号的某一部分通过而阻止其他部分通过的设备。比如，咖啡机中用到的滤纸就让水通过而阻止咖啡渣通过，汽车上的空气过滤网就让空气通入引擎，而挡住了粉尘。

与过滤水和空气类似，我们将介绍一种能允许信号的某些频率通过而阻止其他频率通过的电子滤波器。在模拟信号处理过程中，模拟滤波器输入在不同频率上有任意能量的模拟电压信号，然后只输出某一频段内的信号能量。在数字信号处理过程中，数字滤波器输入在不同频率上有任意能量的数字信号序列，然后只输出某一频段内的信号能量。例如，一个被高频噪声干扰的语音信号，让它通过一个能滤除这一噪声的滤波器，就能得出无噪的原语音信号。由模拟滤波器和数字滤波器的例子我们可以定义滤波的概念。

8.1 模拟滤波

模拟滤波器是安装在一块印刷电路板上的相互连接的电子硬件组件的集合体，它能输入模拟电压信号，然后输出被选择通过的模拟电压信号。

举个例子，比如一个工程师想设计一个频率为3kHz的模拟正弦波发生器，但因为硬件的组件限制，该发生器的输出模拟电压波形严重失真，如图8-1a所示。用模拟信号频谱分析器产生其频谱图，如图8-1b所示，由图可见，3kHz的目标正弦波信号中混入了频率为5kHz和7kHz的干扰成分。

解决这个正弦波发生器的问题的方法之一，就是让该失真的正弦波电压通过一个模拟低通滤波器，使该滤波器能让3kHz的频谱分量通过而阻止更高频的5kHz和7kHz频谱分量通过。过程如图8-1c所示。

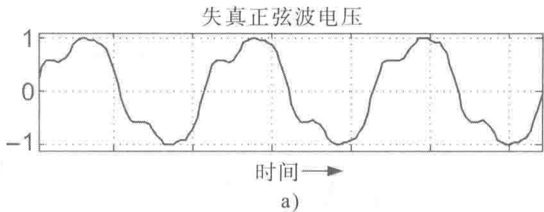
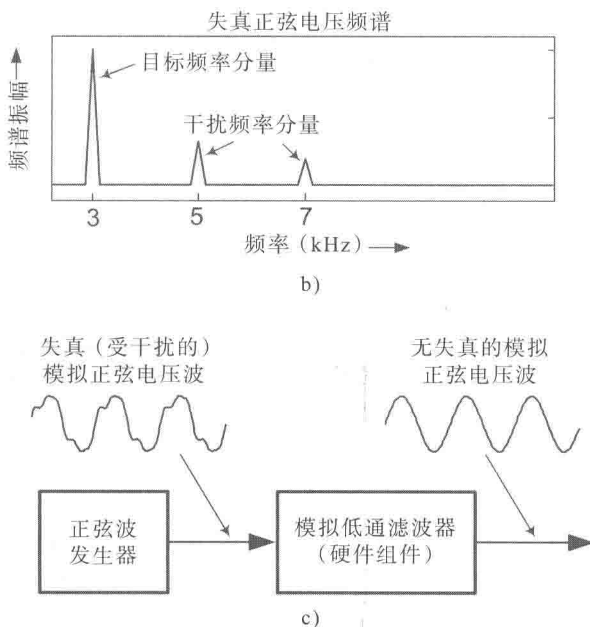


图8-1 失真的3kHz模拟正弦波：a) 失真正弦电压波；b) 失真正弦电压频谱；c) 低通滤波器产生无失真的3kHz模拟正弦波信号



b)

c)

图 8-1 （续）

回顾前面所学，我们已经讨论过模拟低通滤波器的一个应用，就是在第 5 章中图 5-25b 数字信号频谱分析示例中的模拟低通抗混滤波器。

8.2 常见滤波器类型

图 8-1c 所示滤波器名为**低通滤波器**，因为它允许低频成分通过而阻挡高频成分。图 8-2a 显示了一般低通滤波器的频域特性曲线。曲线的**通带**就是能通过滤波器的信号频带，曲线的**阻带**就是不能通过滤波器的信号频带。在图 8-1c 的低通滤波器中，3kHz 就处于低通滤波器的通带中，而 5kHz 和 7kHz 处于阻带中。

高通滤波器的频域特性如图 8-2b 所示。由图可知高通滤波器允许高频信号通过而阻止低频信号通过。

还有两种在信号处理中常用的滤波器：**带通滤波器**和**带阻滤波器**。他们的频域特性如图 8-3 所示。带通滤波器在两个阻带之间有一个通带，而带阻滤波器在两个通带之间有一个阻带。

有必要指出的是，在特定的通带和阻带位置，上述四种通带阻带位置各不相同的常用滤波器均能作模拟滤波器或数字滤波器使用。

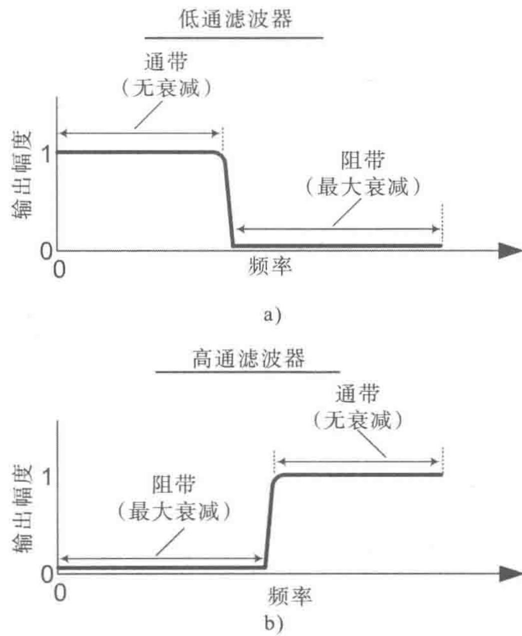


图 8-2 常见滤波器频域特性：a) 低通滤波器；b) 高通滤波器

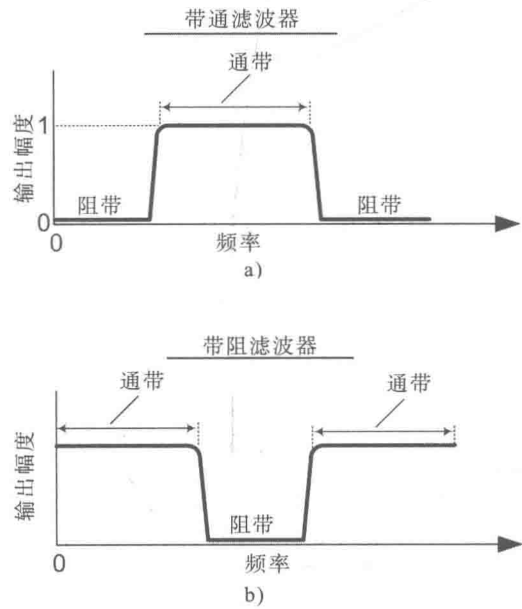


图 8-3 常见滤波器频域特性：a) 带通滤波器；b) 带阻滤波器

8.3 数字滤波

数字滤波器基本具有模拟滤波器的所有特征，除了以下两点：（1）数字滤波器用于处理数字信号（数字序列）；（2）数字滤波器采用算术运算器而非电子硬件组件。图 8-4 所示对一个数字信号的低通滤波处理过程可以说明上述不同点，图中有噪的 3kHz 数字正弦波信号经滤波产生无噪的数字正弦波。即，算术运算器作用于输入的数字信号序列，产生新的数字信号序列作为输出。下面通过一个简单的数字低通滤波的实例来展示运算细节。

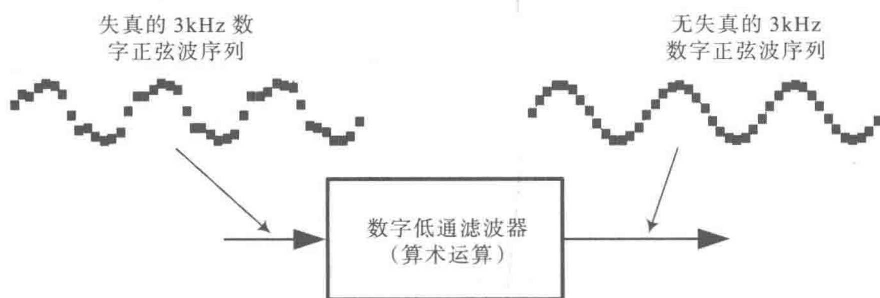


图 8-4　对失真的 3kHz 数字正弦信号的数字低通滤波

医生要获得病人准确的血压读数，除了定期采样血压读数，医生还会关注所有的变化趋势，比如一年间血压的缓慢上升。对于一次血压读数，医生会关注两个值，即收缩压和舒张压血压值。而在这个数字滤波实例中我们只关注前一个数，即收缩压血压值。

图 8-5a 展示了一组 365 天的收缩压血压值序列。这组序列是数字信号，为清楚起见，我们不用点图而用折线图表示。

因为血压的读值在 101 到 166 之间波动很大，所以得到长期的血压变化趋势是很难的。前四个读数是 148，107，139 和 133。如果对这四个值求平均值，我们得到结果是 132；如果对第 2，3，4，5 个读数求平均值，我们得到结果 124；当我们对第 3，4，5，6 个读数求平均值时得到结果 129；以此类推，处理全年的数据。这种以四个数据为一组连续求平均值的算术处理方法叫作**滑动平均**，它是一种低通滤波的实现方法。图 8-5b 显示了用这种四点滑动平均处理的结果。

从图 8-5b 可看出，在取值波动小的地方均值较平滑。然而，医生还是很难找到血压读数的长期趋势。如果对更多的连续读数求平均值，我们就能得到更

平滑的结果。比如求前 16 个读数、第 2 ~ 17 个读数、第 3 到第 18 个读数的均值并以此类推，得到图 8-6（a）所示的结果。由图可知数据曲线会进一步平滑，从中医生可以看到血压读数的上升趋势。这里所做的处理是对原始血压数据序列进行低通滤波，以减少其数值波动的高频成分。

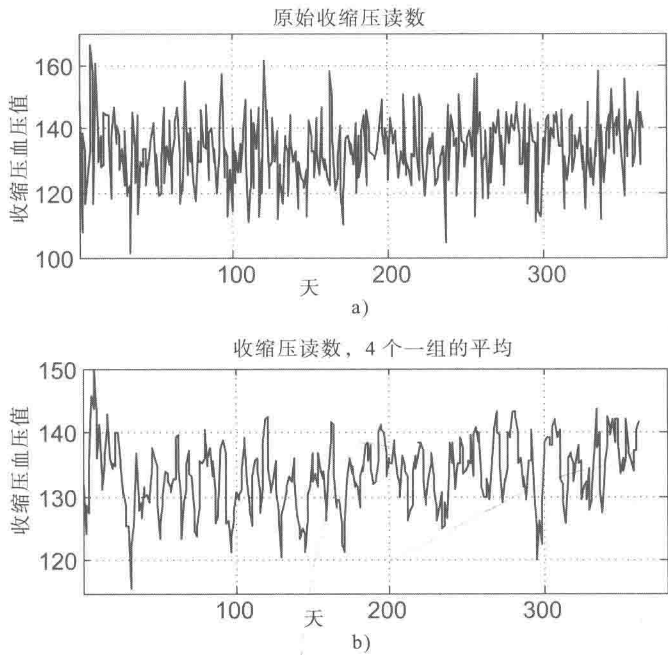


图 8-5　血压读数：a) 原始读数；b) 4 个一组求平均的结果

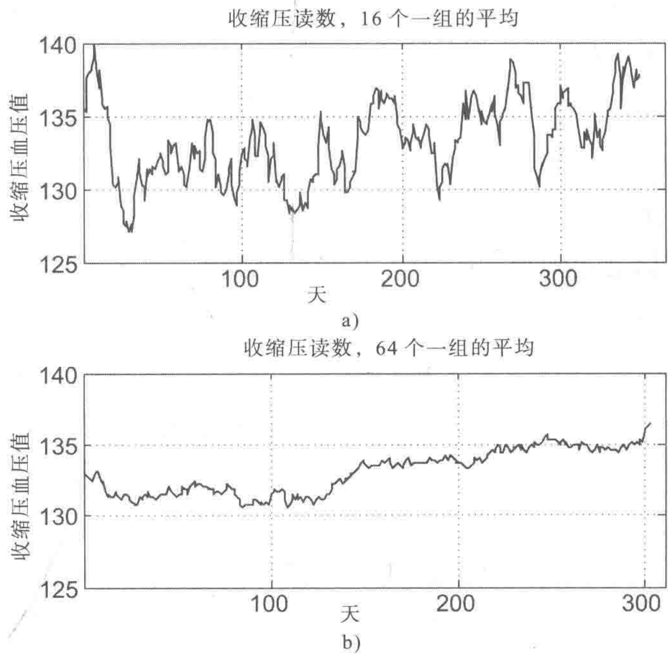


图 8-6　血压读数：a) 16 个一组求平均的结果；b) 64 个一组求平均的结果

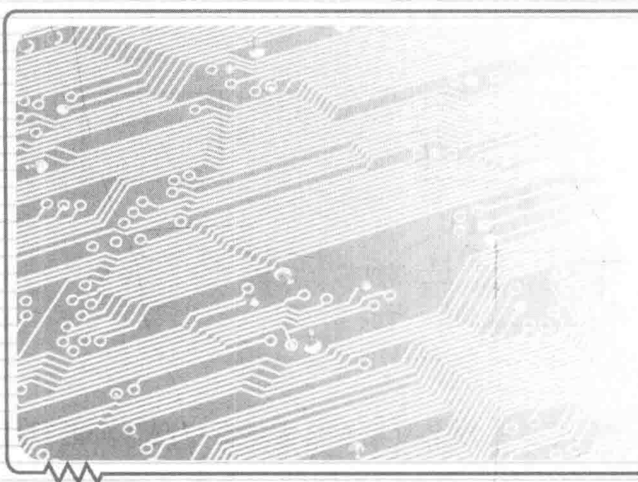
更进一步，我们可以对原始血压读数做连续 64 个样本为一组的滑动平均，即，求第 1 ~ 64 个读数、第 2 ~ 65 个读数、第 3 ~ 66 个读数的均值并以此类推。结果如图 8-6b 曲线所示。此时读数变得非常平滑，由此医生很容易发现在一年期内血压的上升变化。这个长期的上升趋势在图 8-5a 所示的原始血压读数中是不明显的。

在本节的开始我们阐述数字滤波器本质上就是算术运算器。上述血压数值平均器就是不同形式的数字低通滤波器。实际上有很多不同的算术方法能实现数字滤波，有的复杂，有的简单。上述滑动平均数字滤波器是最简单的数字滤波器的实现。

8.4 本章要点

本章需要记住的概念有：

- ❑ 滤波器用于消除输入信号中不需要的频率分量
- ❑ 模拟滤波器由一系列相互连接的电子硬件组合而成，它运用于模拟电压。模数转换通常在模拟低通滤波之后。
- ❑ 数字滤波是一种算术处理方法，运用于数值序列。
- ❑ 如今有很多种专门的模拟和数字滤波器在电子系统中被广泛应用。



第9章 二进制数

在前面的章节中，我们一再说明由模 - 数转换器所产生的数字信号仅仅是一些数字序列，正如图 9-1 所示。

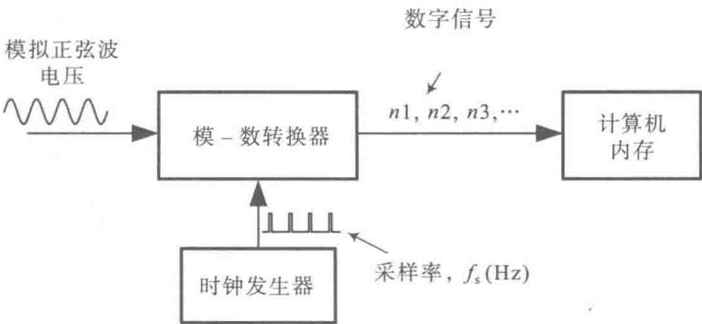


图 9-1 数字信号的生成

具体而言，组成数字信号的这些数字跟我们日常生活中所遇到的那些十进制数略有不同。数字信号中的这些数字称为**二进制数**。本章就来描述这些二进制数的特性、功能和使用二进制数的必要性。

9.1 计数系统

如果我们回忆在小学学习十进制的情形，就很容易理解二进制数。首先，让我们回顾一下几种常见的计数系统。

9.1.1 十进制计数系统

在十进制数字系统里，从 0 ~ 9 共有 10 个数字，正如图 9-2 所示，可以用十进制数字组成的序列来表示所有的数值。图 9-2 中，用十进制表示 1203，即一千二百零三。而图 9-2a 和 9-2b 介绍了该 4 位数中每个十进制位所表示的数值大小。该 4 位数中每个数字的数值大小取决于其所在的位置。例如，图 9-2 中的十进制数 1203 中的数字“2”表示的大小不是 2，而是 200。在多位十进制数中，数字“2”所表示的大小依赖于该数字在整个十进制数中的位置。这是记录数字的一种位 - 值系统。

在图 9-2c 中我们在 1203 的右下角写上 10，代表其为十进制数。图 9-2 中表示的计数概念对我们来说再熟悉不过了，因此我们在日常生活中可以毫不费力地使用这种计数系统。

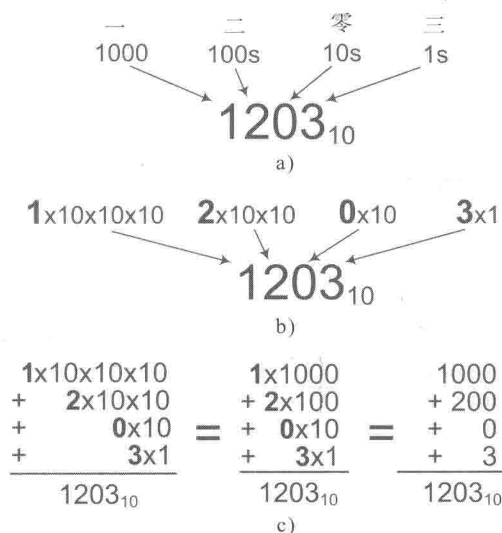


图 9-2　十进制数 1203_{10} 的值

图 9-2 所示的计数系统包含 0 ~ 9，10 个不同的数字，因此数学家们将其称为**十进制**计数系统。

9.1.2　四进制计数系统

为了加强对位 – 值系统计数方法的理解，同时为引入二进制数做准备，我们假设这里有一个四进制计数系统，其中只包含 0 ~ 3 这四个数字。采用与图 9-2 中相同的位 – 值计数方法，图 9-3 将向我们介绍在四进制计数系统中怎样来理解 1203_4 这个数字。

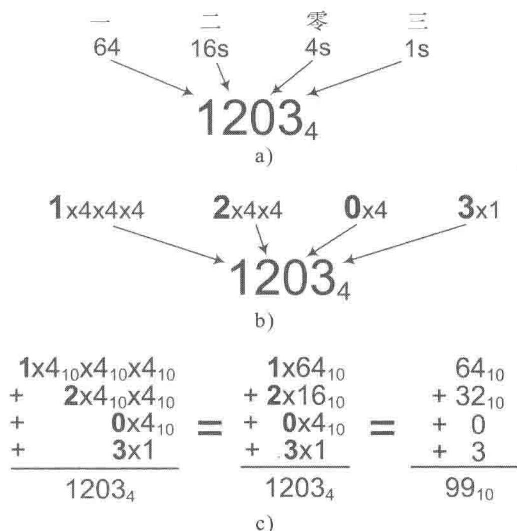


图 9-3　四进制数 1203_4 的值

四进制计数系统中的 1203_4 这个数，数字“2”的大小为 2 乘以 4 的平方，也就是 2 乘以十进制数 16。而数字“1”的大小为 1 乘以 4 的立方，也就是 1 乘以十进制数 64。如图 9-3c 中所示，四进制计数系统中 1203_4 的十进制表示为 99_{10}。如果你可以理解图 9-2 和图 9-3 所述数字符号转换方法，那么你对数字的位 – 值方法就已经有所了解了。

> **小贴士**
>
> 表示数字的位 – 值系统历史非常悠久，悠久到我们甚至不知道其真正的起源。尽管如此，这种以最右边数字作为个位数的固有位置的位 – 值系统使用非常方便并且具有强大的功能，以至于它的重要性与字母表的发明不相上下。

9.1.3 二进制计数系统

二进制系统仅包含 0 和 1 这两个数字，它应用于电脑、手机、光盘和计算器等设备。(二进制“binary”来自拉丁语“binarius”，意为两个。有相同含义的词包括 bicycle 自行车、“bilingual”双语和“binoculars”双筒望远镜。)

图 9-4 显示了二进制数 1101_2，其中图 9-4a 和 b 显示了二进制系统中每一位数字所对应的十进制的数值。图 9-4c 显示二进制 1101 表示十进制数值 13。我们通过在数字右下角加“2”这个角标来表明 1101_2 为二进制数，即**二进制**计数系统。(硬件和软件工程师在处理二进制数字的时候，不使用 2 下角标。)

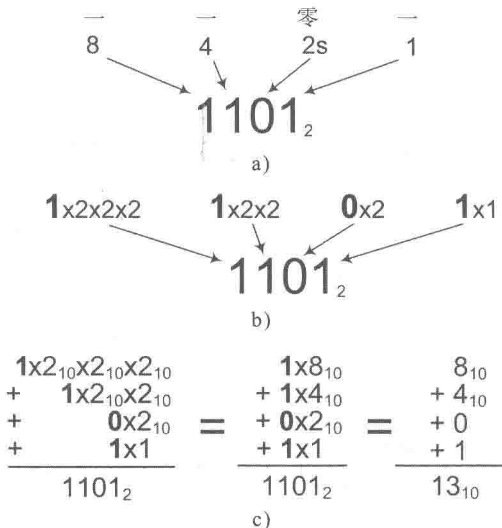


图 9-4 二进制数 1101_2 的值

表 9-1 展示了前 16 个二进制系统的值，及其所对应的十进制数值。表中左列的数字都有 4 个二进制数，所以那些数字被称为 4 比特（bit）的二进制数。其中，一个比特对应数字 0 或者 1，为最小的二进制数。

表 9-1　前 16 个二进制系统的数字

二进制	十进制
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15

尽管表现形式不同，但是二进制数和十进制数同样具有很强的实用性。而且，任何十进制数都可以用二进制数来表示。图 9-5 展示了如何将一个十进制数 1234 表示成一个二进制数，$1234_{10}=10011010010_2$。十进制中使用的全部算术运算，例如加减乘除等，都可以在二进制中使用。

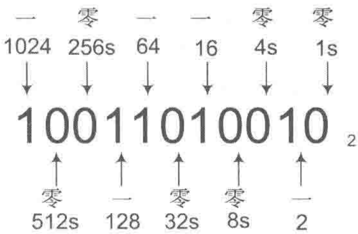


图 9-5　十进制 1234 用二进制数来表示

如上所示，可以用一个二进制序列（0 和 1）来表示一个十进制数。所以，我们称这种二进制序列为二进制数。在 9.1.3 小节中，我们将讨论如何用二进制

序列来表示其他类型的信息。

> **小贴士**
>
> 如今你能听懂这个关于电脑极客的笑话了："这里有10种不同类型的人，一部分人知道二进制数，其余的人就都不知道二进制数"。

有很多不同的方法，可以用二进制来表示十进制数。如果对此感兴趣的话，请参阅附录D查看二进制数字格式。

9.1.4 二进制数的应用

下面用一个生日聚会的例子来说明二进制数字系统是如何使用的。当庆祝某人21岁生日而仅有5根蜡烛时，不必再去商场购买蜡烛，二进制数将挽救此次聚会。你只需要按照图9-6所示的形式点亮相应蜡烛，其中点亮的蜡烛代表着二进制数1，而没有点亮的蜡烛则代表二进制数0。通过这种方式，可以用5根蜡烛来代表十进制数21。此时，你就可以跟宾客介绍二进制数字并很骄傲地宣布："我们在家里经常使用二进制数"。

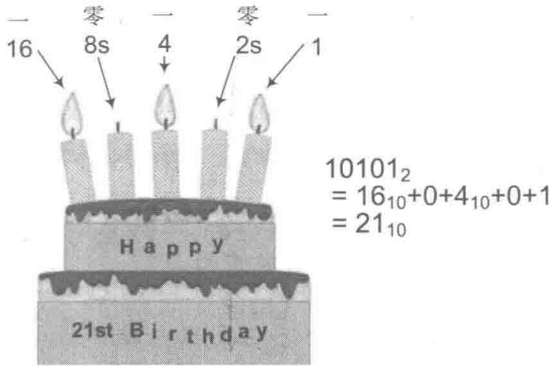


图9-6 用5根蜡烛和二进制数来庆祝21岁生日

> **小贴士**
>
> 使用上述二进制生日蜡烛技巧时，蜡烛永远不会用到7根蜡烛。因为点亮7根蜡烛意味着$1111111_2=127_{10}$。（本书作者的年龄之和都到不了这个岁数。）

9.2 二进制数

通常可以用二进制序列来表示字母。例如，表 9-2 就列出了用 8 位二进制数来表示基于行业标准的小写英文字母。

表 9-2　基于行业标准的小写字母的二进制数表示

英语字母	二进制数	英语字母	二进制数
a	01100001	n	01101110
b	01100010	o	01101111
c	01100011	p	01110000
d	01100100	q	01110001
e	01100101	r	01110010
f	01100110	s	01110011
g	01100111	t	01110100
h	01101000	u	01110101
i	01101001	v	01110110
j	01101010	w	01110111
k	01101011	x	01111000
l	01101100	y	01111001
m	01101101	z	01111010

当你用计算机文字处理软件输入“cat”这个单词而且将其传输到打印设备进行打印时，计算机将发送 3 个 8 位的二进制数 01100011、01100001 和 01110100 到打印设备上。接下来，打印机可以将这 3 个二进制数翻译成英语单词 c a t，然后将其打印出来。

> **小贴士**
>
> 8 位等于 1 字节（byte）。大小为 5×10^4 字节的图片，蕴含 4×10^5 位信息。同样，一个 8GB 大小的硬盘可以存储大约 6.4×10^{10} 位的信息。也同样存在半字节这个概念，相当于一个字节的一半，也就是 4 位长度。

二进制数也可以应用于高清电视，显示在电视屏幕上的每个彩色点（称为**像素点**，图像元素的简称）可以用 3 个 8 位的二进制数来表示。3 个 8 位的二进制数分别代表屏幕上红绿蓝的强度级别，最终这 3 个 8 位的二进制数形成了屏幕上的 1 个像素点。

9.3 为什么使用二进制数

乍一看，很多人会问为什么要用二进制数字系统来表示十进制数。问题的答案在于构建表示二进制数 1 和 0 的电路非常实用和方便。

9.3.1 构建数字式硬件比较容易

以我们目前的技术复杂程度，可以使用电开关在数字式硬件设备中实现二进制数 1 或 0。我们所指的电开关和墙上的电灯开关具有相同功能。也就是说，如果开关断开，我们可以理解为其代表二进制数 0。而如果开关是闭合的，我们则可以理解为其代表二进制数 1。（一些现代电子设备用 1/0 标签来取代 On/Off。）以此类推，如果想在硬件中表示一个 8 位二进制信息，可以采用 8 个相互不受影响的开关来实现。但是，这些开关并不是我们平时所熟知的墙上的电灯开关。在电脑硬件设备中，我们的开关是很小的**晶体管**，大量的晶体管可以构成一个集成电路（或者称为芯片），即将这些微小而且相互连接（集成）的晶体管封装在塑料或者陶瓷小块中。电子工程师认为这些晶体管只有两种状态，非闭合或者闭合。

0 ~ 9 的电子线路拥有 10 种状态，所以可以代表十进制数中的 0 ~ 9。但是，基于一些现实的工程因素，这样的电路设计成本会远远大于二进制电路。一般人不能承担起基于该类型十进制电路的家庭电脑、电话和高清电视的消费。

> **小贴士**
>
> 由于一个晶体管的 On/Off 两个状态可以表示一个二进制的比特，即 0 或 1，所以晶体管用来存储计算机内存中的数据。一个家用电脑的 USB 闪存盘（U 盘）包含数以十亿计的晶体管。在 2002 年，这些领域的电子产业分析师估计当年晶体管的产量要高于大米，而且一粒大米的成本可以买数以百计的晶体管。令人吃惊的是，在 2009 年，收获一粒米的同时就会有超过 250 个晶体管被生产出，而且，一粒米的成本可以买 1.25×10^5 个晶体管。

9.3.2 二进制数的可靠性高

使用二进制数来表示信号的另外一个优势是二进制数（0 和 1）被可靠地复

制。我们通过下面的例子来解释说明这一点。

多年以前，流行音乐是以磁带的形式来销售，其原理就是将信号记录在缠绕在两个线轴上细长的磁性塑料胶带上。其中，模拟的音乐信号用磁带上磁性涂层的强度来表示。如果从原始磁带中刻录第二张磁带，该磁带上的音乐质量在某种程度上会有所下降。也就是说，在第二个磁带中可以听到一个非常明显的低分贝的嘶嘶声夹杂在音乐中。而且，如果以这种方式用第三个磁带来刻录第二个磁带中的音乐，这种噪声将会更加明显而难以让人接受。

虽然，磁带播放器生产厂商提出了一种双磁带机的机制，可以让人们利用这种技术来复制磁带中的模拟音乐，但是这种方式也没有流行起来。

由数字音乐信号构成的光碟机的出现彻底地改变了音乐产业。因为，音乐 CD 上的数字信号仅仅包含一些 0 和 1，而且准确复制这些 0 和 1 的序列比较可靠和简单。我们需要做的，就是确保 1 不被复制为 0，0 不被复制为 1。数字信号可以高保真复制，因此那些复制 CD 的音质跟原始 CD 的音质差不多。

鉴于数字信号在刻录、传播和再生产中优良的可靠性，如今音乐音频、电话音频、网络视频和电话视频大多都采用数字信号来实现，而不是采用过去那种模拟信号。

9.4　二进制数和模 – 数转换器

正如我们在这一章开头所阐述的那样，二进制数在数字信号处理的领域有着很特殊很重要的作用。这是因为从模 – 数转换器中采样得到的数字信号的值都以二进制数的形式来表示。

例如，我们在第 4 章中用图 4-14 和图 4-15 来展示电话公司怎样接收键盘模拟音频信号，然后转变为数字信号（数字序列）。电话公司使用了输出为 8 位二进制数的模 – 数转换器。考虑到我们已经知道了二进制数，我们可以画出如图 9-7 所示的一个 8 位信号产生过程。在图 9-7 中，相互独立的 8 位分别对应着 8 个箭头，代表模 – 数转换器里的 8 根电线。如果某条电线中有电压，则代表一个二进制数 1。同理，如果某条电线上没有电压，则代表一个二进制数 0。一个给定的 8 位二进制就代表了二进制数字系统中的一个数字。

商业用的模 – 数转换器可以输出 6 ~ 24 位的信息。基于此，你可能会思考模 – 数转换器在将模拟信号转换成数字信号时，到底需要多少比特的信息。答

案取决于一个数字信号表示模拟信号的准确度。

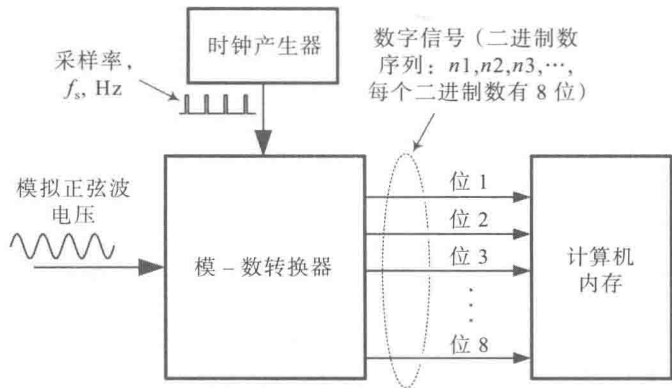


图 9-7 数字信号显示 8 位模 – 数转换器的输出位

例如，图 9-8a 展示了一个模拟电压信号通过模 – 数转换器转换成一个 2 位的数字信号，然后再由数 – 模转换器将其转变成模拟电压信号的过程。从图片中可以看出，用 2 位模 – 数转换器产生的最终的模拟信号相对于原始的电压信号而言，出现了一定的偏差。而图 9-8b 选用相同的方式，只不过采用了 4 位的二进制模 – 数转换器。从图片中可以看出，采用 4 位的二进制转换器所得到的最后的模拟电压信号，更加接近于原始的模拟信号。所以，采用 4 位二进制数表示的数字信号所呈现出来的效果要强于 2 位的信号。

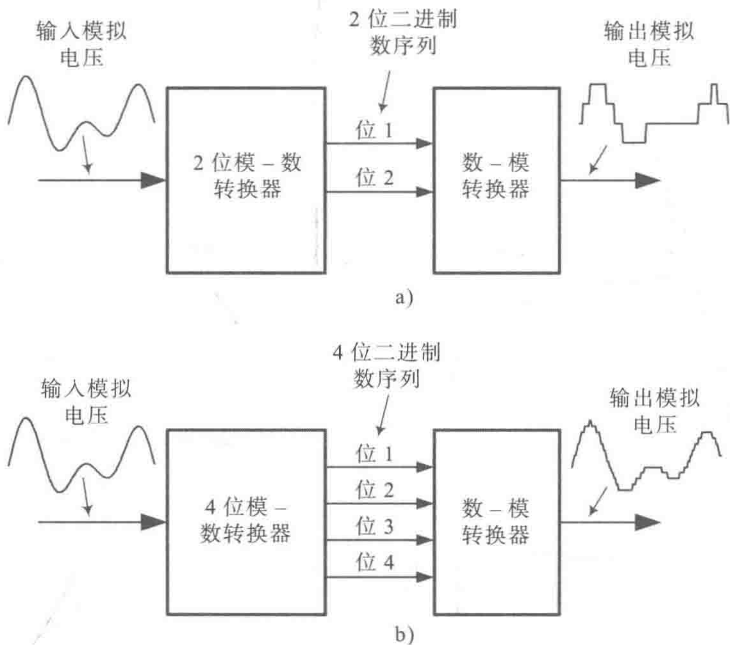


图 9-8 2 位和 4 位数字信号的性能：a) 2 位；b) 4 位

如图 9-8b 中产生的模拟信号在一些信号处理应用中可以接受，但是仅仅 4 位信息的数字信号在语音和音乐的应用中还是难以接受。如果图 9-8b 的模拟输出信号是人的声音，那么你在听到声音的同时会听到一些噪声（就像是收听调幅广播）。图 9-9 采用与图 9-8 相同的方式，将 2 位、4 位、6 位和 8 位信息用于数字信号。从图 9-9 中可以看出，采用 8 位的转换器所产生的信号跟原始的信号非常接近。这就是为什么将 8 位的模 – 数转换器应用在固定电话中，而且得到了认同和接受。

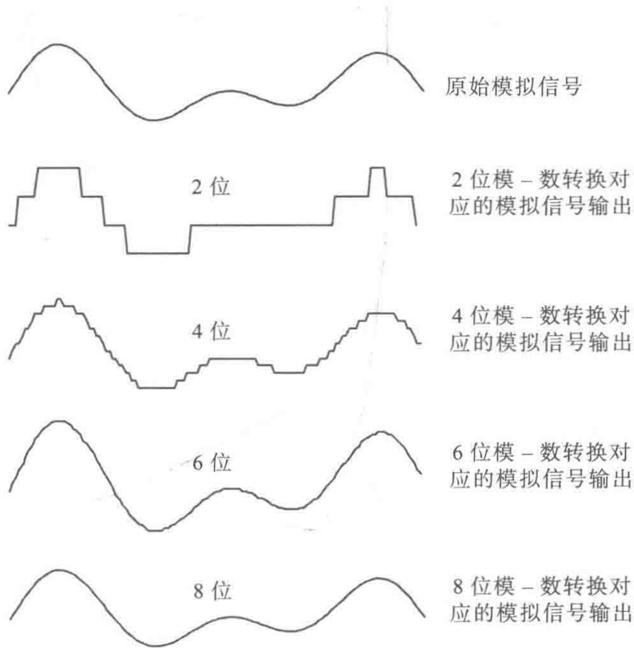


图 9-9　2 位、4 位、6 位、8 位二进制模 – 数转换对应的模拟电压信号

因此，我们为什么不能在所有的模 – 数转换器中采用 24 位呢？这是由于当采用更多位后，模 – 数转换器的成本会更高，而且制作工艺将更加复杂。所以，如果一个应用只需要 8 位信息的模 – 数转换器，就没有必要把多余的钱浪费在不必要的位上。为了便于比较，表 9-3 列出了一些比特信息在不同信号处理中的应用。

表 9-3　数字信号应用及表示一个模拟信号值所需要的位数

应用	二进制位数
电话（有线）	8 位
家用电脑的录音功能	16 位

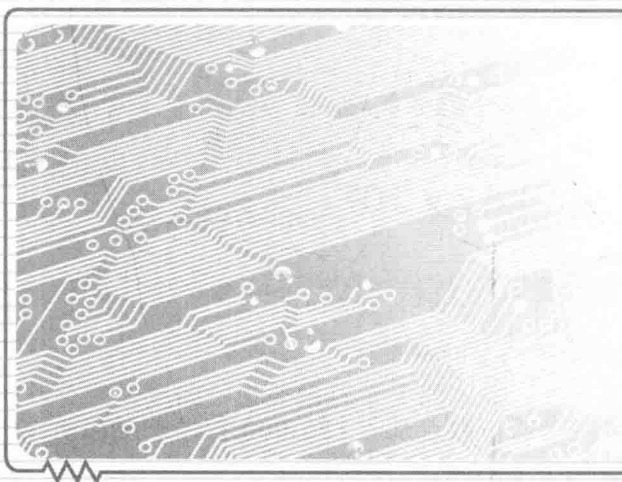
（续）

应用	二进制位数
音乐 CD	16 位
专业录音室的录音设备	24 位
DVD	24 位
数字电视	对于每个像素的每个红、绿、蓝色 8 位
超声波成像	12 位
数码相机	14 位
手机基站	14 位

9.5 本章要点

本章应该记忆和理解的概念有：

- 数字信号是数字的序列，在数字设备（包括电脑、手机、数字照相机、高清电视）中，数字都是以二进制的形式来呈现出来。
- 二进制数是一个数字序列，每个数字不是 0 就是 1。一个单独的二进制数的信息量为 1 位。
- 二进制数可以用来表示我们所熟悉的十进制数。
- 二进制跟十进制一样，都有着类似的位 – 值概念。
- 二进制序列也可以表示其他的信息，比如信件中的字母等。
- 我们在数字设备中采用二进制数，可以让设备更加可靠和便宜。
- 如图 9-9 所示，表示信号采样值所用的位数越多，就越接近于原来的采样点的真实值。



附录 A

科学计数法

科学计数法为工程师和科学家提供了一种非常方便和准确的方法来表示极大或极小的数。举个例子，我们可以用科学计数法将数字 4 120 000 表示成 4.12×10^6。图 A-1 说明了科学计数法的规则。

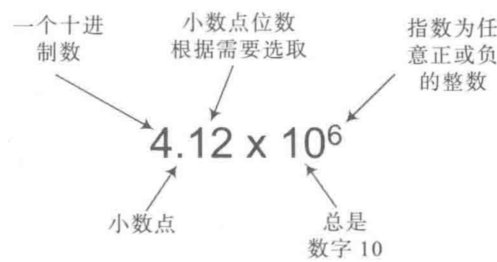


图 A-1　4 120 000 的科学计数法

在这个例子中，我们将隐含的小数点从 4 120 000 右端末尾移动 6 个位置到左端。用这种方法，我们把这个较大的数值划分成了一百万份，所以最后要乘以百万，即 $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10=10^6$。

> **小贴士**
>
> 另外，在无法显示指数（上标）的情况下，4.12×10^6 的另外一种科学计数法表示是 4.12e6。这里的“e”代表指数。

表 A-1 给出了用科学计数法表示数值的例子。

表 A-1　给出了用科学计数法表示的几个数值

数字	科学计数法
1 000 000	1×10^6
100 000	1×10^5
10 000	1×10^4
1000	1×10^3
300	3×10^2
100	1×10^2
10	1×10^1（不经常使用）
1	10^0（不使用）
0.1 (1/10)	1×10^{-1}（不经常使用）
0.03 (3/100)	3×10^{-2}
0.01 (1/100)	1×10^{-2}
0.001 (1/1000)	1×10^{-3}
0.0001 (1/1000)	1×10^{-4}

从图 A-2 中，我们看到用科学计数法可以将远大于 1 的数值轻松转换成原始数字的形式。写成十进制数字的时候需要把小数点往右移动，而移动的位数是由原始数据的指数来确定的，必要情况下要追加零。

$$4.12 \times 10^6 = 4.120000 = 4\ 120\ 000$$

1 2 3 4 5 6

图 A-2 将远大于 1 的数值由科学计数法表示形式转换成标准的长位数表示形式

图 A-3 展示了怎样将一个用科学计数法表示的远小于 1 的数字转换成其原始的复杂形式。写成十进制数字需要把小数点往左移动，而移动的位数是由原始数据的指数来确定的，必要情况下要插入零。

$$5.76 \times 10^{-4} = 00005.76 = 0.000576$$

4 3 2 1

图 A-3 将远小于 1 的数值由科学计数法表示形式转换成标准的长位数表示形式

科学计数法可能看起来不是很方便，但是实际上它使用起来还是非常方便的。比如表 A-2 给出了几个实际的物理变量的科学计数法表示形式。

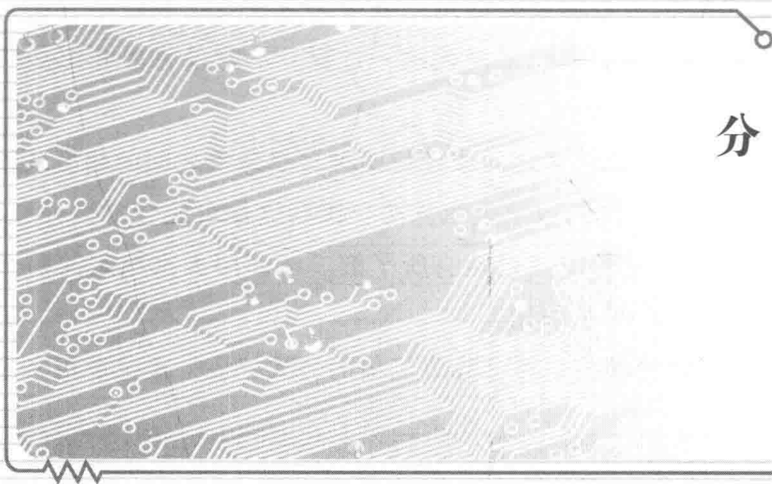
表 A-2 几个物理常量的科学计数法表示形式

物理量	复杂表示法	科学表示法
光速	299 800 000 m/s	2.998×10^8 m/s
通信卫星中心传输频率	2 100 000 000 Hz	2.1×10^9 Hz
电子半径	0.00000000000000282 m	2.82×10^{-15} m
银河系的直径	587 000 000 000 000 000 mile	5.87×10^{17}mile①

① 1 mile = 1 609.344m。

小贴士

另外，上面所有的表示法都严格遵从英语表示法，其他语言有不同的数值表示法。比如，在德语中句号和逗号的意义和在英语中的意义完全相反。用英语表示的数值 3,425,978.64 用德语表示就要写成 3425.978,64。用英语科学计数法表示，上述数值为 3.42597864×10^6。



附录 B

分　贝

信号处理工程师往往需要测量两个信号之间的幅度差异。例如，衡量放大器的**增益**（或放大倍数）时，需要比较信号在放大器输出端和输入端的幅度大小。然而，在实际处理中，信号幅度的动态范围很大，比较起来很不方便，因此在信号处理中可以采用**分贝**的概念来简化这一过程。本附录将要介绍如何用分贝来衡量信号的幅度。

分贝可以用来比较两个信号之间或任何两种自然现象之间的幅度或能量的差异，该方法是一种非常简便的数学表示方法。读到这你可能会觉得分贝很神秘，事实上你很有可能对分贝的应用已然有所了解。下面用大家熟悉的两个分贝的例子来讨论其在信号处理中的作用。

举例之前，我们首先给出一种计算分贝值的公式，该公式主要用来比较两个数值，如下：

$$\text{分贝值} = 10 \cdot \lg(P_1/P_2)\text{dB} \tag{B-1}$$

这是用 dB 表示分贝，和用 mph 表示英里每小时的方式很像。

不需要被式（B-1）的复杂形式所困惑（这里不会要求你去计算任何分贝值，所有必要的计算书中都已给出。）从式（B-1）可以看出，数值 P_1 相较于数值 P_2 的分贝值等于以 10 为底 P_1/P_2 的对数再乘以 10。接下来，就让我们回顾下生活中遇到的那些使用分贝值的例子。

B.1 用分贝来描述声音功率值

声学工程师及一些卫生官员对测量人体所能接收的声音的功率很感兴趣。由于在日常生活中我们接触到各种声音的功率（响度）范围是非常广的，所以技术人员用分贝来对这些声音的功率进行分类。你可能见过如表格 B-1 第三列中展示的声音功率值。

声学工程师用他们的音频检测设备在一个特殊的环境下测量声音功率值（以瓦特为单位），将该功率值定义为公式（B-1）中的 P_1。在音频工程领域统一协议中，0.000000000001 瓦特（10^{-12}W）定义为数值 P_2。（对 10^{-12} 的解释请见附录 A。）然后把 P_1 和 P_2 代入式（B-1）来计算以 dB 为单位的分贝值，如表 B-1 第三列中的值所示。从表 B-1 可以看出，和直接列出声音信号的功率值那种笨拙且涉及范围过大的方法相比，分贝的使用更容易对事物进行记录、讨论与解释。

表 B-1 中主要要注意的是，最右边一列中不同声音之间如果差异 10dB，那么意味着声音之间能量相差 10 倍。如果相差 20dB，那么就意味着 100 倍的能量差异。因此，从表中可以看出，割草机发出的声音（90dB）是吸尘器发出的声音（70dB）的 100 倍。

表 B-1 常见声音的分贝值

声源	声功率（W）	声功率（dB）
涡喷发动机	10 000	160
紧急车辆警报器	1000	150
重型卡车发动机或摇滚音乐扬声器	100	140
机枪，大型管风琴	10	130
电钻，小型飞机引擎	1	120
小号	0.3	115
链锯	0.1	110
直升机	0.01	100
草坪割草机，厨房搅拌机	0.001	90
洗碗机，闹钟	0.0001	80
真空吸尘器	0.00001	70
正常交谈	0.000001	60
一般家庭，安静的办公室	0.0000001	50
冰箱	0.00000001	40
安静的图书馆，耳语	0.000000001	30

小贴士

20 世纪初，在信号处理领域，人们通过下面的式子来比较两个信号之间的能量：

$$\log(P_1/P_2)\ \text{贝尔}$$

其中，单位贝尔是以电话之父贝尔（Alexander Graham Bell）命名的。但是，以贝尔为单位很快就被发现所表示的值还是很大，使用不方便。例如，人耳所能分辨的音频能量的区别为 0.1 贝尔。平常所能测量到的能量差异小于 1 贝尔的信号很常见，因此，我们逐渐采用分贝（贝尔的十分之一）来描述能量差异，贝尔这个单位逐渐被废弃了。

下面将介绍另一个使用分贝的例子，大家可能很熟悉。

B.2 分贝在地震测量中的应用：

当新闻中播报地球上某处发生地震的时候，还会播报该地震的总能量，通常用“里氏震级”来描述。地震科学家们也会用对数方程来计算里氏震级的大小，与用分贝来描述声音能量值很类似。这个里氏震级方程为：

$$\text{里氏震级值} = \lg (E_1/E_2) \tag{B-2}$$

我们不必担心式（B-2）中能量值 E_1 和 E_2 的意义，我们仅用式（B-2）来说明对数函数这种数学工具可以对地震能量进行分类，我们用对数函数（B-1）来计算表 B-1 中的声功率值，方法相似。

表 B-2 列出了常见的地震里氏震级值。该表参照着 TNT（类似炸药）的爆炸能量在中间那一列给出了对地震总能量的估计值。

从表 B-2 上可以观察到一个很重要的规律：最左侧的里氏震级值相差 1，意味着其对应的能量相差 10 倍。由此推知，里氏震级值相差 2 相对应的能量相差 100 倍。所以一个 8.0 级地震的损坏程度是 6.0 级地震的 100 倍。

表 B-2 里氏震级值及其典型的影响

幅值	等量 TNT 地震能量	典型影响
小于 2.0	小于 1000 磅[①]	微震，只有地震仪才可以测量到，人不能察觉到
2.0 ~ 2.9	1 ~ 29 吨	几乎不被人感觉到。没有建筑物破坏
3.0 ~ 3.9	32 ~ 900 吨	人经常能够感觉到。没有建筑物破坏
4.0 ~ 4.9	1000 ~ 29 000 吨	人在室内可以感觉到明显的摇晃。没有建筑物破坏。在室外稍微有点感觉
5.0 ~ 5.9	32 000 ~ 900 000 吨	所有人都能察觉到。可以损坏施工低劣的建筑。一般对其他建筑物没有伤害
6.0 ~ 6.9	1 000 000 ~ 29 000 000 吨	所有人能强烈感觉到。一些物体从室内的架子上掉落。对适度地构建良好的建筑物有一定破坏。中度至重度损坏施工低劣的建筑
7.0 ~ 7.9	32 000 000 ~ 900 000 000 吨	所有人在大范围内感受到猛烈的摇晃（走路都很困难）。所有东西都从室内的架子上掉落。接近震源的大多数建筑物都会遭到破坏
8.0 ~ 8.9	1 000 000 000 ~ 29 000 000 000 吨	数百平方英里的大范围内，所有人都能强烈地感觉到地震。大多数建筑都遭受大程度的破坏，一些完全被损坏
9.0 甚至更大	最小 32 000 000 000 吨	灾难。接近或者完全破坏；所有建筑物严重损害或坍塌。损害和摇晃会延伸到很远的位置。地面地形永远改变

① 1 磅 =0.453 592 37 kg。

与表 B-1 中分贝的声功率级值类似，和表 B-2 中间的庞大 TNT 能量值相

比，里氏震级值更容易讨论与解释。

现在我们已经熟悉将长串数字转换成简短的数字，接下来让我们看下信号处理工程师如何进行相同的转换。

B.3 用分贝描述信号的幅度值

正如我们在附录开始的时候提到的，信号处理工程师用分贝值方便地比较两个信号的电压幅度。与式（B-1）和（B-2）相似，信号处理习惯用下列公式计算一个分贝值来表示两个信号的相对幅度差。

$$\text{信号分贝比较值} = 20 \cdot \lg\,(A_1/A_2)\text{dB} \qquad \text{(B-3)}$$

A_1 值代表一个信号的电压幅度，A_2 值代表要与 A_1 进行比较的另外一个信号的电压幅度。在介绍信号处理中使用分贝值的例子之前，表 B-3 给出了两个信号幅度之比和等效分贝值之间的关系。快速浏览表 B-3，可以注意到当 A_1 小于 A_2，即 A_1/A_2 小于 1 时，相对应的 dB 值是一个负值。

表 B-3 信号电平的相对分贝

振幅比（A_1/A_2）	相对分贝（dB）	振幅差异
1/1000	–60	A_1 是 A_2 的千分之一
1/100	–40	A_1 是 A_2 的百分之一
1/10	–20	A_1 是 A_2 的十分之一
1/4	–12	A_1 是 A_2 的四分之一
1/2	–6	A_1 是 A_2 的二分之一
1	0	A_1 与 A_2 相等
2	6	A_1 是 A_2 的两倍
4	12	A_1 是 A_2 的四倍
10	20	A_1 是 A_2 的十倍
100	40	A_1 是 A_2 的一百倍
1000	60	A_1 是 A_2 的一千倍

这里，我们来解释表格 B-3：如果信号 A_1 的电压幅度是信号 A_2 电压幅度的十分之一，我们可以说“信号 A_1 的幅度相对 A_2 是 –20dB。”信号处理工程师们经常用 dB 来描述事情。

正如该附录前面的那些表格，表 B-3 中间列 dB 值的使用和左侧列笨拙的长串幅度比例相比，前者更容易讨论与解释。

接下来让我们回顾一个使用分贝进行信号处理简单例子，用其来说明表 B-3

中的分贝值。图 B-1a 展示了一个复合模拟信号，用 S_{in} 命名该信号。信号 S_{in} 是频率为 2kHz、峰值为 1 的正弦波和频率为 3kHz、峰值为 0.8 的正弦波的叠加。为了更加清楚地说明目的，图 B-1b 将 2kHz 和 3kHz 的正弦波进行分离，单独展示。图 B-1b 中实线和虚线的总和便是图 B-1a 中的 S_{in} 信号。图 B-1c 展示了信号 S_{in} 的频谱。

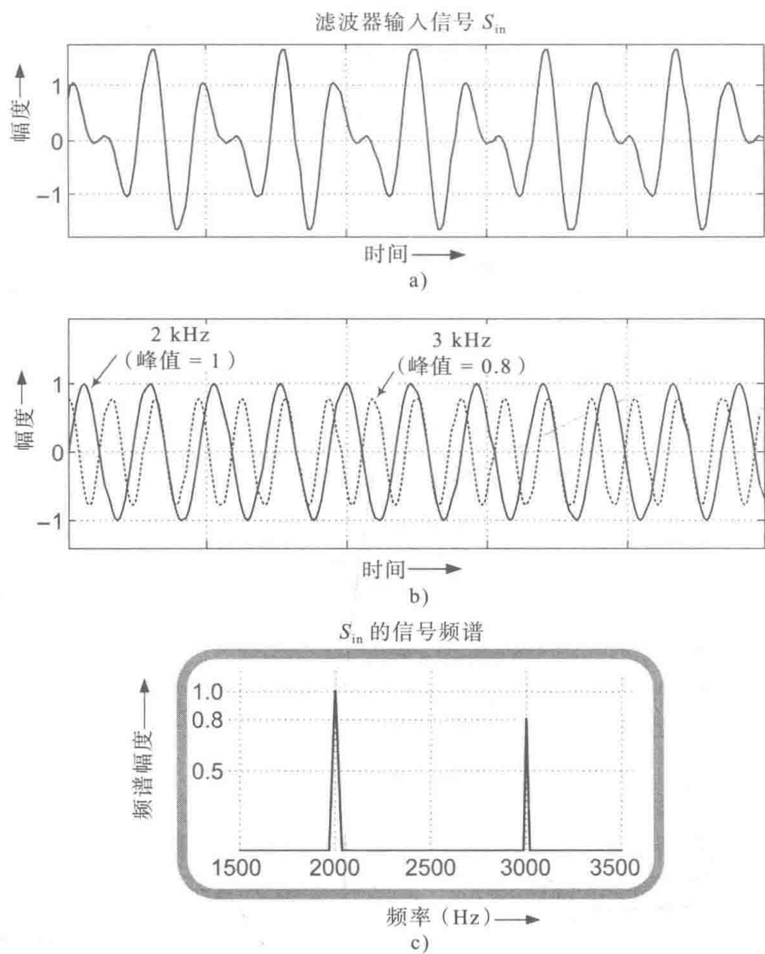


图 B-1　模拟信号：a) 复合时域信号 S_m；b) 分离开的 2 kHz 和 3 kHz 时域信号；c) 分离开的 2 kHz 和 3 kHz 频谱分量

假设我们要把这个 3 kHz 的频率分量从信号 S_{in} 中分离出来（滤掉）。让信号 S_{in} 通过图 B-2a 所示的低通滤波器即可达到上述目的。该低通滤波器的截止频率是 2500 Hz，具体原理是：任何频率低于 2500 Hz 的输入信号频谱能量将穿过滤波器并且在振幅无损耗的前提下输出。此外，任何频率高于 2500 Hz 的输入信号穿过滤波器后将在振幅有很大损耗的前提下出现在输出端。图 B-2b 说明了该原理。

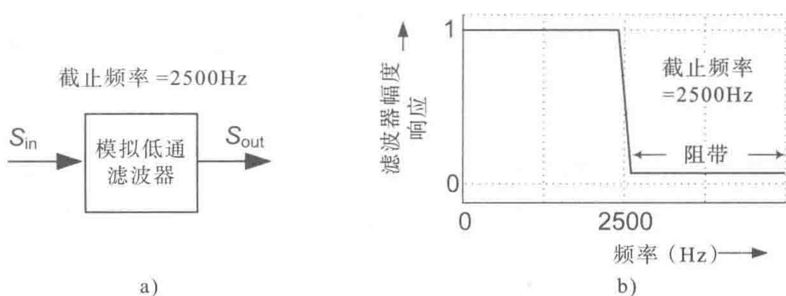


图 B-2　低通滤波：a) 滤波器的输入和输出信号，低通滤波截止频率

正如图 B-2a 所示，图 B-1a 中的信号 S_{in} 通过低通滤波器后产生一个输出信号 S_{out}，而该输出信号和图 B-1b 中频率为 2 kHz 的实线曲线类似。很显然，这个低通滤波器将 3 kHz 的成分滤除掉了。但是怎样证明该滤波器真的发挥了作用呢？将信号 S_{out} 送入频谱分析器的输入端，得到图 B-3b 的输出结果。这里，我们可以看到 S_{out} 仍旧包含很少分量的 3 kHz 正弦波。使用分贝，我们可以准确指定低通滤波器将不想要的 3 kHz 正弦波衰减到什么程度。

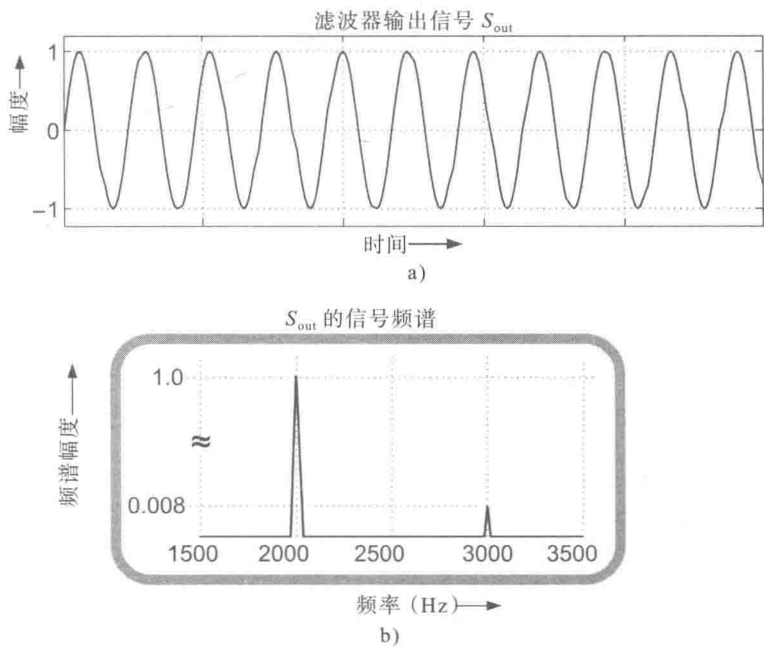


图 B-3　低通滤波：a) 输出的时域信号 S_{out}；b) 分离开的 2 kHz 和 3 kHz 频谱分量

从图 B-1c 可以看出，信号 S_{in} 中频率为 3 kHz 的信号幅度在滤波器的输入端是 0.8。我们将这个幅度值作为式（B-3）中的变量 A_2。同时，在图 B-3b 中

可以看出，信号 S_{out} 中要滤除的频率为 3 kHz 的信号幅度在滤波器输出端变为 0.008，所以我们将该值指定为变量 A_1。因此有 $A_1/A_2 = 0.008/0.8 = 0.01 = 1/100$，参照表 B-3，当 A_1/A_2 的比例值是 1/100 时，对应的分贝值是 –40dB。看到这你也许会明白，我们现在有两种方式来描述滤波器的功能：

- 低通滤波器的阻带增益为 –40 分贝。
- 40 分贝的低通滤波器可以衰减掉信号 S_{in} 中的 3kHz 频率分量。

> **小贴士**
>
> 当你需要用式（B-3）去计算两个信号的幅度差的时候，手头没有必要拿着一个科学计算器。你可以使用 Microsoft Excel 电子表格软件计算分贝值。例如，为了计算幅度值 0.008 除以幅度值 0.8 的分贝水平，我们可以在 Excel 电子表格中输入下式：
>
> = 20*LOG10 (0.008/0.8)
>
> 然后敲键盘上的回车键，–40 便会出现在那个单元格，代表一个分贝（–40dB）。

B.4 用分贝描述滤波器

分贝值经常被用来描述模拟滤波器和数字滤波器的功能表现。根据公式（B-3），信号处理工程师绘制滤波器的频率特性图，其中纵轴以分贝为单位。这里用图 B-4 来举例说明带通滤波器。

图 B-2 的低通滤波器只允许频率低于 2500 Hz 的信号通过滤波器。而图 B-4 是一个带通滤波器，该滤波器可以允许相应频带内的信号通过。

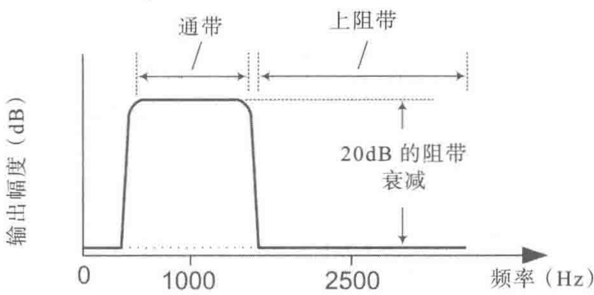


图 B-4 用分贝描述一个带通滤波器的频率响应

下面对图 B-4 进行详细解释：假设一个频率为 1000 Hz、幅度为 A_2 的正弦波作为带通滤波器的输入。参照图 B-4，相对于输入幅度 A_2，该滤波器输出的频率为 1000 Hz、幅度为 A_1 的正弦波的分贝值为 0 dB。对照表 B-3，0 dB 表示 $A_1/A_2=1$。所以这个 1000 Hz 的输出正弦波的幅度值等于这个 1000 Hz 的输入正弦波幅度，即该 1000 Hz 正弦波通过该滤波器在幅度上没有衰减。

另一方面，假设一个频率为 2500 Hz、幅度为 A_2 的正弦波作为带通滤波器的输入。参照图 B-4，相对于输入幅度 A_2，该滤波器输出频率为 2500 Hz、幅度为 A_1 的正弦波，分贝值为 –20 dB。对照表 B-3，–20 dB 表示 $A_1/A_2 = 1/10$。所以这个 2500 Hz 的输出正弦波的幅度值等于这个 2500 Hz 的输入正弦波幅度值除以 10（衰减 10 倍）。

附录 C

调幅和调频广播信号

为了增强读者对模拟信号的理解，我们在这里介绍两种贴近日常生活的模拟信号——幅度调制（调幅）和频率调制（调频）无线电信号。

C.1 调幅广播信号

我们相信，每一个看这本书读者都听过调幅收音机。这是最初利用无线电波传递信息的工具。幅度调制是一种将低频率的声音信号载入高频率无线电信号的方法。无线电信号通过天线发射出去，而调幅收音机接收到无线电信号后再从中提取出声音信号。然后，将该声音信号以波动电压的形式放大并施加于扬声器，就可以听到原始发射的声音了。让我们来看一个上述声音信号和射频信号的例子。

图 C-1a 展示了通过钢琴键盘中央 C 右侧 A 键产生并由麦克风输出的 440Hz 声音信号。图 C-1b 展示了一个 1.2MHz 射频正弦波电压。如果我们将射频正弦波信号乘上该低频声音信号，结果就是如图 C-1c 所示的调制射频信号。注意，图中调制射频信号的频率依然是 1.2MHz，但是波峰到波谷的幅度会随着时间而变化。如图 C-1d 所示，那些随着幅度变化而变化的虚线被称为调幅射频信号的包络线。

这里有一个关键的结果就是，调幅射频信号的包络与图 C-1a 所示的 440Hz 的调制声音信号完全一致。因此当图 C-1c 所示的幅度调制射频信号作为电磁波被天线发射出去后，调幅收音机接收器能被调整到 1.2MHz，并且从调制无线电信号中提取出射频包络信号。在收音机的接收器中，被提取出来的 440Hz 声音信号会被放大，然后施加于扬声器。于是，我们就能听到 440Hz 的钢琴声 A 了。

同样的原理，如果低频调制声音信号是来自麦克风的语音信号，那么我们就可以通过调幅收音机的扬声器听到人们讲话的声音。至于广播调幅信号的频谱，这个问题已经在第 5 章的前面部分提到了。

在 20 世纪的后半叶，所有商业模拟电视的视频（图像）信号的播送都使用幅度调制技术。（一部分的读者可能还记得当时每一栋房子和公寓楼顶上都安装着精心制作的电视天线。）然而，与这些调幅视频信号结合在一起播送的是电视声音信号。这些电视声音信号的播送使用了一种叫作频率调制的技术。这也是我们下一个主题。

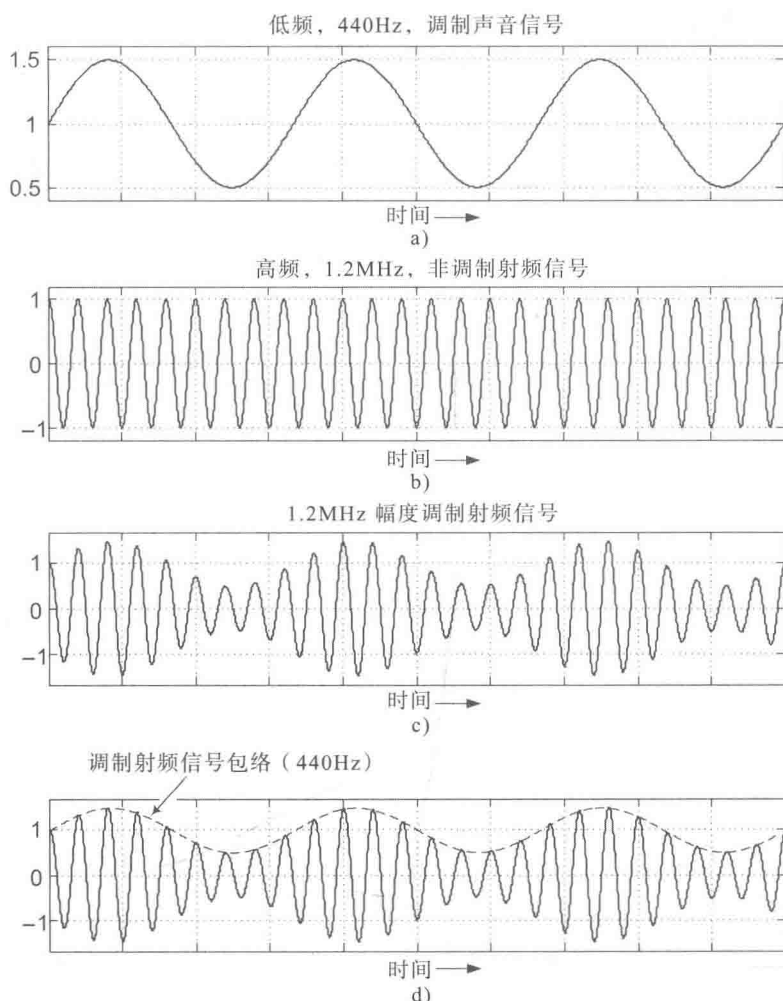


图 C-1 调幅广播信号：a) 440Hz 声音；b) 非调制 1.2MHz 射频正弦波信号：c) 幅度调制射频信号；d) 射频信号包络（虚曲线）

C.2 频率调制无线电信号

为了理解频率调制收音机中使用的模拟信号，让我们再回想按下钢琴的 A 键而产生的 440Hz 声音信号和 1.2MHz 高频射频正弦波电压。这些信号展示在图 C-2a 和图 C-2b 中。

在调频收音机里，射频正弦波信号的频率由 440Hz 声音信号控制（调制）。如图 C-2c 所示，当 440Hz 调制声音信号有一个正幅度时，调制射频信号的频率就会增大，当调制声音信号有一个负幅度时，调制射频信号的频率就会减小。

这样就使得高频的频率调制信号的瞬时频率由调制声音信号的幅度来决定。

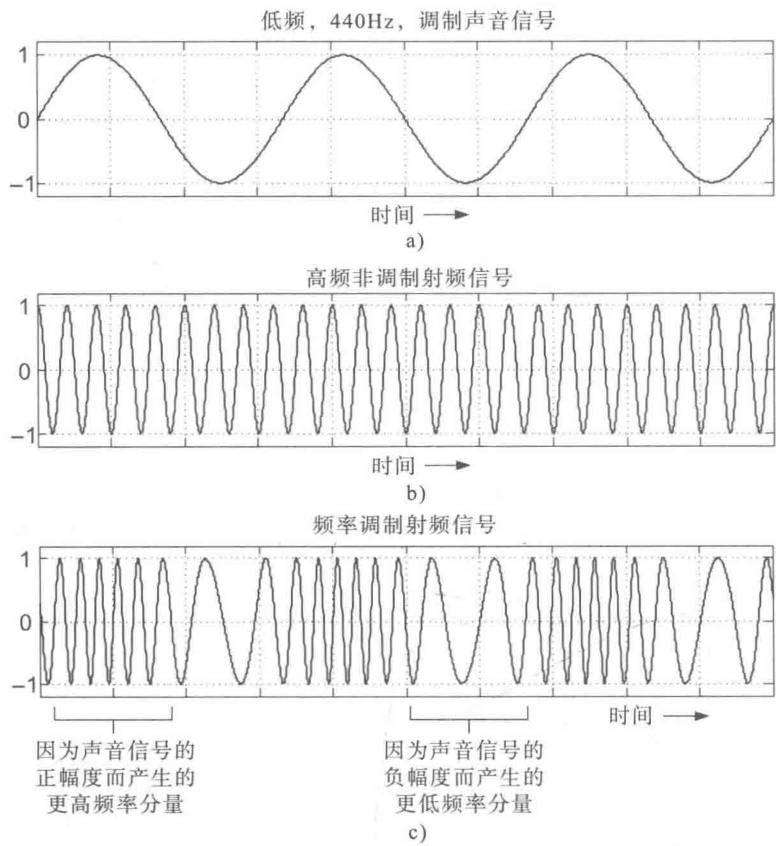


图 C-2 频率调制无线电信号：a) 440Hz 声音；b) 非调制高频射频正弦波信号；c) 频率调制射频信号

然后图 C-2c 所示的频率调制射频信号作为电磁波通过天线传播出去。当调频收音机接收器调整到 1.2MHz 时，接收器会产生一个幅度由高频的调频射频信号的瞬时频率决定的信号。这样产生的信号就与 440Hz 声音调制信号完全一致。将这个产生的信号放大，然后施加于扬声器，我们就会听到 440Hz 的由钢琴 A 键所发出的声音。如果低频调制声音信号是来自麦克风的语音信号，那么我们就会通过调频收音机的扬声器听到人们讲话的声音。

C.3 比较调幅和调频收音机

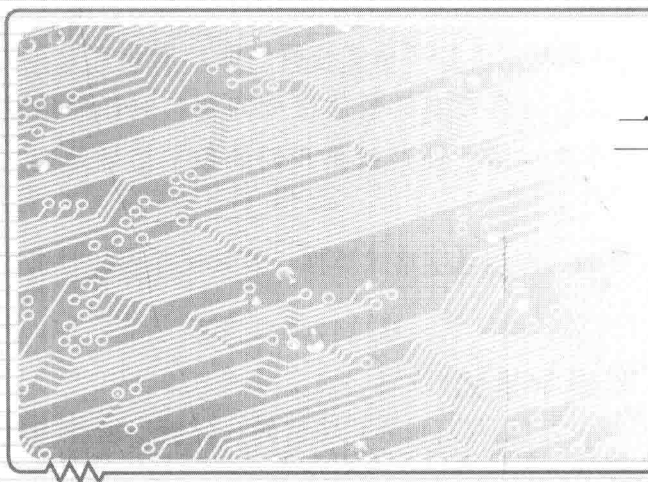
表 C-1 简要比较了在美国使用的商业调幅和调频收音机。

表 C-1 商业调幅和调频收音机对比

特征	调幅收音机	调频收音机
无线电调制方法首次被商业化使用时间	20 世纪 20 年代	20 世纪 40 年代 （20 世纪 60 年代可以用于立体声）
无线电发射装置的硬件复杂度	简单	略为复杂
无线电接收装置的硬件复杂度	简单	略为复杂
商用发射频带	540 ~ 1610kHz	88 ~ 108MHz
站与站之间的频率间隔	10kHz	200kHz
发射功率	50 ~ 50000W	50 ~ 35000W
发射音频带宽	5kHz	15kHz
立体声（双声道）	不支持	支持
接收音频的保真度	对于语音信号保真度可接受，但是对于音乐信号保真度很差	对于语音和音乐信号都有很好的保真度
对射频噪声的敏感性	非常敏感	有非常好的抵抗性

小贴士

通常，历史书宣称意大利实验工作者古列尔莫•马可尼（Guglielmo Marconi）是无线电的发明者。但是实际上，第一个实现无线电传送和接收的人是神秘的美国工程师尼古拉特斯拉，时间是 1895 年。在随后的 1901 年，在富有的赞助商的支持下，马可尼因为跨越大西洋传送莫尔斯电码而声名大噪。一个不为人知的事实是马可尼在他的跨大西洋演示中使用了特斯拉发明的振荡线圈。特斯拉与马可尼之间的专利战争持续了数十年。在 1943 年，特斯拉去世几个月之后，美国最高法院判定支持特斯拉的专利号为 645576 的无线电原创专利权。不幸的是，历史学家忽略了法庭的决议。



附录 D

二进制数格式



在数字信号处理中，有很多方式表示计算机硬件中的数值数据。所有这些**二进制数字格式**的表示方法各有其优缺点。简单的数字格式虽然牺牲了所能表示的范围和算术误差的敏感性，但它能使其硬件设计更简单。数字格式越复杂，硬件就越难以实现，但是复杂的数字格式使我们能处理非常大和非常小的数字，同时消除了许多二进制运算带来的数值精度问题。对任何给定的应用实践，其数字格式的选择事实成败。而这就是我们的数字信号处理大显身手的地方。

本附录将会描述最常见的二进制数字格式类型，及其被使用的时机和原因。

D.1 无符号型二进制数字格式

第 9 章介绍了二进制数字，并且提供了下表来展示如何把二进制数（0 和 1）变为十进制数。

一个二进制数字的位数就是它的字长。因此二进制数 1101 字长为 4，最左边位是最高有效位（msb），最右边位是最低有效位（lsb）。

表 D-1 中的二进制数字称为**无符号型二进制数字**，因为它们的当前形式只能够表示正的十进制数。而二进制数要在所有实际运用中都有用，它们必须能够代表负的十进制值。要用二进制形式来同时表示正负十进制数，有许多种不同的方法，在这里我们展示最广泛使用的方法。

表 D-1 前 16 个二进制数字

二进制数	十进制数
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12

（续）

二进制数	十进制数
1101	13
1110	14
1111	15

D.2 原码二进制数字格式

将二进制数中的某一位用来表示这个数字的符号，我们就能用二进制数字来表示负的十进制数。首先让我们介绍一种常用的二进制格式，称为**原码**，这里我们假定一个二进制数的最左边一位是符号位，其余的位表示这个数字的数值大小，即绝对值。例如，如图 D-1 所示，我们认为 0011_2 这个 4 位二进制数等于十进制数 $+3_{10}$，1011_2 这个 4 位二进制数等于十进制数 -3_{10}。

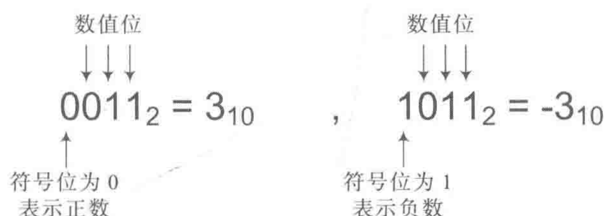


图 D-1 采用最左边一位来表示十进制数的正负符号的原码二进制数格式系统

当然，用其中一位作为符号位会减小所能表示的这个十进制数的大小。比如，一个 4 位无符号型二进制数能表示 16 个不同的十进制数值，0 ~ 15_{10}。而一个 4 位的符号数值型二进制数只能表示 -7_{10} 到 $+7_{10}$ 的十进制数。

D.3 补码二进制数字格式

另一种常见的二进制数格式就是**二进制补码**，它也用最左边位表示符号位。从硬件设计角度出发，二进制补码是最方便的数字格式，它已经被用了数十年。它使计算机能利用相同的计算硬件完成加法和减法运算。在补码二进制数系统中，为了得到一个正二进制数的负数形式，我们仅仅需要首先每一位取反（1 变 0，0 变 1），然后在得到的反码上加 1 就行了。例如，十进制数 3_{10} 的二进制补码为 0011_2，我们可按图 D-2 所示步骤取得 -3_{10} 的二进制补码。

$+3_{10}$ 的补码 ⟶ 0011

$+3_{10}$ 的反码 ⟶ 1100

加 1 ⟶ +0001

-3_{10} 的补码 ⟶ 0011

图 D-2 从一个正数的二进制补码获得其相应负数的二进制补码

在补码二进制格式中，一个 4 位字长的二进制数可以表示 -8_{10} ~ -7_{10} 的十进制数。表 D-2 给出了 4 位字长的二进制数的原码和补码的例子。

采用二进制补码时，我们要特别注意两个不同字长的二进制数相加。下面以一个 4 位二进制数与一个 8 位二进制数相加为例说明这一点，见图 D-3。

表 D-2 二进制数格式举例

有符号数	二进制补码	移码二进制数	十进制数
0111	0111	1111	7
0110	0110	0110	6
0101	0101	1101	5
0100	0100	1100	4
0011	0011	1011	3
0010	0010	1010	2
0001	0001	1001	1
0000	0000	1000	0
1000	–	–	–0
1001	1111	0111	–1
1010	0110	0110	–2
1011	1101	0101	–3
1100	1100	0100	–4
1101	1011	0011	–5
1110	1010	0010	–6
1111	1001	0001	–7
–	1000	0000	–8

由图 D-3 可看出，两个不同字长的正数相加没有问题。但是如果这个 4 位二进制数是负数就会出现错误。下面我们按图 D-4 所示，把 -3_{10} 和 $+15_{10}$ 相加。

可以看到，4 位字长二进制数符号扩展操作，就能避免上面的算术错误，这里把 4 位的二进制负数扩展为 8 位的二进制负数，这类过程一般能在计算机硬件上自动执行。如果我们对先对 -3_{10} 扩展符号，然后再执行加法运算，我们就

能得到正确答案，见图 D-5。

$+15_{10}$ 的补码 ⟶	00001111
加上 $+3_{10}$ 的补码 ⟶	+0011
$+18_{10}$ 的补码 ⟶	00010010

图 D-3　两个不同字长的正数的二进制补码相加

$+15_{10}$ 的补码 ⟶	00001111	
加上 -3_{10} 的补码 ⟶	+1101	
$+28_{10}$ 的补码 ⟶	00011100	⟵ 错误答案

图 D-4　一个正数二进制补码与一个不同字长的负数二进制补码相加的错误方法

$+15_{10}$ 的补码 ⟶	00001111	
加上扩展了符号的 -3_{10} 的补码 ⟶	+11111101	
$+12_{10}$ 的补码 ⟶	100011100	⟵ 正确答案

（↑ 忽略溢出位）

图 D-5　一个正数二进制补码与一个不同字长的负数二进制补码相加的正确方法

D.4　移码二进制数格式

另一种有用的二进制数格式就是**移码二进制**数格式。尽管这种格式不如二进制补码常见，但它仍然在一些硬件设备中应用。表 D-2 给出了 4 位字长二进制数的移码，我们只需要对最高有效位取反（1 变 0，0 变 1），就能在补码和移码之间互相转换。

对数字表示格式的历史、算法和用途的研究是一个非常广泛的领域。高德纳所著的《计算机编程的艺术》第 2 卷：半数值法，非常值得大家去读一读。

D.5 其他二进制数表示法

随着 20 世纪 60 年代商业电脑的应用及 20 世纪 70 年代家庭电脑的快速发展，电脑程序员越来越觉得手工输入长长的 1 和 0 字符串非常不方便，于是开始用更方便的方法来表示二进制数，当然这类方法不是只有 1 和 0 两种符号。其中最常用的方法有**八进制计数法**和**十六进制**计数法。

D.5.1 八进制计数法

八进制计数法基于 8 个不同的数字。二进制数转换为八进制非常简单，只需要把二进制数从右至左每 3 位分为一组即可。例如，二进制数 10101001_2 可按图 D-6 转换为八进制数。在图中，下标 8 来表示八进制数。

$$10101001_2 \rightarrow 10|101|001 = 251_8$$

$$2_8 \quad 5_8 \quad 1_8$$

图 D-6 用 3 位八进制数表示 8 位二进制数

一个 3 位字长八进制数比一个 8 位的二进制数更便于读写、记忆及表达，八进制记数法的优点就在于此。一个八进制数 251_8 比它的二进制表示形式 10101001_2 更易于为程序员所用。当然，八进制记数法中有效数字只有 0 ~ 7。而十进制数 8 和 9 在八进制记数法中没有任何意义。

D.5.2 十六进制计数法

另一种常用的**十六进制计数法**基于 16 个不同的数字来表示的。二进制数转换为十六进制数只需把二进制数从右至左每 4 位分为一组即可。二进制数 10101001_2 可按图 D-7 转换为十六进制数。

$$10101001_2 \rightarrow 1010|1001 = A9_{16}$$

$$A_{16} \quad 9_{16}$$

图 D-7 用 2 位十六进制数表示 8 位二进制数

十六进制记数法特殊的地方在于它用字母来表示大于 9 的数值。例如，在

图 D-7 中，用了一个十六进制数来表示这个 4 位二进制数 10101001_2。下标 16 来表示十六进制数。

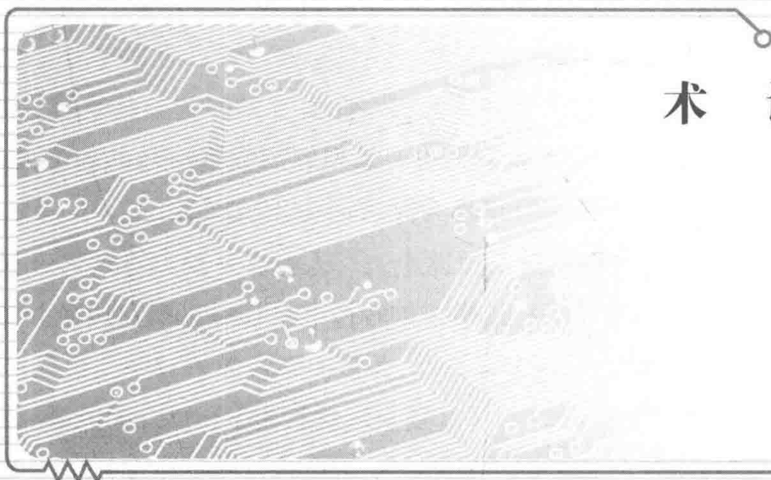
十六进制数表示法中比较怪异的是，它用了几个字母来表示十进制数中大于 9 的数字。例如，图 D-7 中所示，4 位字长二进制数 $1010_2 = 10_{10}$ 在十六进制表示法中用 A_{16} 来表示。这里我们用下标 16 来表示十六进制数。

如果以前没学过十六进制计数法，注意不要被上面的这个十六进制数 $A9_{16}$ 所迷惑。在十六进制计数法中，分别用字母 A、B、C、D、E、F 来表示 10、11、12、13、14、15 这几个十进制数。表 D-3 中列出了八进制和十六进制记数法所允许的有效数字。

表 D-3 其他二进制的计数法中所用的数字

二进制	八进制	十六进制	十进制
0	0	0	0
1	1	1	1
–	2	2	2
–	3	3	3
–	4	4	4
–	5	5	5
–	6	6	6
–	7	7	7
–	–	8	8
–	–	9	9
–	–	A	10
–	–	B	11
–	–	C	12
–	–	D	13
–	–	E	14
–	–	F	15

如八进制计数法一样，一个 2 位十六进制数比一个 8 位二进制数更易于读写、记忆及表达。



术 语 表

AC

参见 Alterating current。

ADC

参见 Analog-to-Digital Converter。

Algorithm（算法）

为了达到给定的目的，而明确定义的一系列针对数字信号的数学处理步骤。数字滤波器和离散傅里叶变换都可以称为算法。

Alias（混叠）

高频模拟正弦波信号的频率经过模－数转换器采样后出现在转换后数字信号的低频部分的现象。

Aliasing（混叠效应）

对模拟信号进行采样时带来的不良效应。混叠效应往往发生在对模拟信号进行采样的时候，当高频模拟信号的频谱分量错误地出现在采样后数字信号的低频频谱分量的位置时，称为混叠效应。如果模－数转换器的采样率大于两倍的输入模拟信号的最高频率，那么混叠效应可以去除（奈奎斯特采样定理）。

Alternating current（交流电，AC）

随着时间幅度振荡的模拟电压信号。

AM

参见 Amplitude modulation。

Amplifier（放大器）

用来增大模拟信号的幅度或者能量的电路或者电子设备。

Amplitude（幅度）

时域模拟电压波形在任意时刻的电压值，反映了该波形的瞬时能量。通常，工程上我们用幅度来表示时域正弦波形正数部分的最大值。

Amplitude modulation（幅度调制）

一种射频通信的方式，其原理是用一个低频的声音信号来调制（或者控制）某个高频正弦信号的幅度。然后，这种调制的高频正弦信号可以通过天线以电磁波的形式发送出去。幅度调制射频接收端则用来接收幅度调制射频信号，并从中提取出声音信号。

Analog filter（模拟滤波器）

通过连接一系列硬件电子元器件，将一个模拟电压信号（输入）转换成另一

种频域频谱不同的模拟电压信号（输出）。参见 Lowpass、Bandpass、Highpass filter。

Analog signal（模拟信号）

相对于数字信号的离散数字序列，模拟信号是一个携带信息的连续信号（电压）。模拟信号是随着时间变化的，而且其幅度可以取最大和最小值之间的任意大小的数值（即幅度非离散的）。

Analog-to-Digital Converter（模－数转换器，ADC）

一种以模拟电压信号为输入，产生周期性数字流的硬件设备。这些产生的数字表示信号周期性间隔的时刻点上的模拟电压值。这些时刻点重复的频率是由施加在转换器上的时钟的频率决定的。

Anti-aliasing filter（抗混叠滤波器）

一种模拟低通滤波器，用在模－数转换器之前，用来限制模拟信号的带宽。同样，抗混叠滤波器还用在数－模转换器之后，用来限制由数－模转换器产生的模拟信号的带宽。

Attenuation（衰减）

信号通过数字滤波器而产生的幅度损耗，通常用分贝来衡量大小。给定频率点，滤波器衰减定义为输出信号幅度和输入信号幅度的比值。

Audio（声音）

频率分量在 50Hz ~ 15kHz 范围内的信号。将声音电压信号施加到一个扩音器上，可以产生声波，从而以声音的形式传送到人的耳朵中，听到该声音。

Averager（平均器）

参见 Moving averager。

Bandpass filter（带通滤波器）

如图 G-1 所示，带通滤波器只允许某个频率带通过（频率 f_1 ~ f_2），而抑制高于或者低于该通带频率的分量通过。

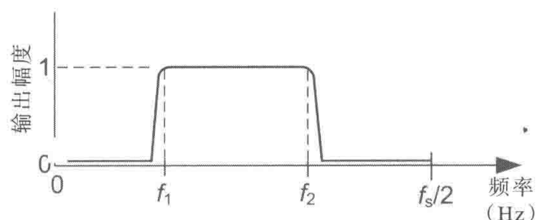


图 G-1 带通滤波器

Bandstop filter（带阻滤波器）

如图 G-2 所示，带阻滤波器抑制某个频率带通过（频率 $f_1 \sim f_2$），而允许高于或者低于该通带频率的分量通过。

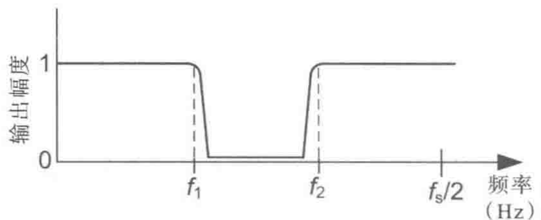


图 G-2　带阻滤波器

Bandwidth（带宽）

滤波器通带的宽度，或者信号中包含较强能量的频谱的范围。参见 Passband。

Base-2 number system（二进制计数系统）

参见二进制计数系统。

Base-10 number system（十进制计数系统）

最常见的计数方式，具有 0 ~ 9 十个不同的数字。第 9 章讨论了十进制计数系统及其他在数字信号处理中用到的计数系统。

Binary number system（二进制计数系统）

该计数系统只包含两个不同的数字 0 和 1。所有在传统的十进制计数系统中用到的加减乘除等算术运算，都可以在二进制计数系统中实现。采用二进制计数系统的原因是电子元器件处理二进制的算术运算时是最可靠而且经济的。

bit（位）

Binary digIT 的缩写，一位表示二进制数中最小的单位。一位表示单个二进制数，即 0 或者 1。

Broadcast（广播）

载有信息的模拟电磁波信号通过天线辐射出去的过程。

Byte（字节）

8 个二进制位构成的序列。

Carrier frequency（载波频率）

广播射频信号带宽的中心频率。

Cascaded filter（级联滤波器）

通过多个独立的滤波器连接而成的滤波系统。如图 G-3 所示，级联滤波器

中，某个滤波器的输出作为下一个滤波器的输入。

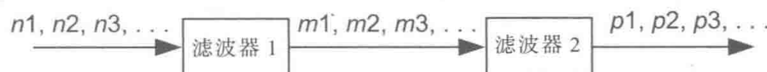


图 G-3 级联滤波器

CD

参见 compact disc。

Cell phone（手机）

cellular phone（移动电话）的缩写。

Center frequency（中心频率）

位置在滤波器通带的中央的频率称为中心频率。图 G-4 所示，f_0 为滤波器通带的中心频率。中心频率也通常用来表示信号频谱带宽的中心点频率。

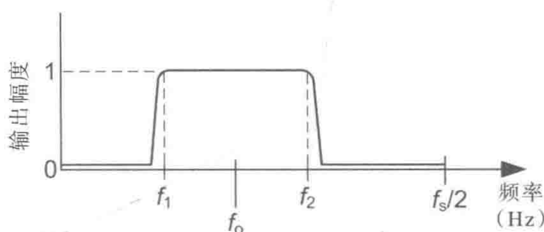


图 G-4 带通滤波器的中心频率

Chip（芯片）

集成电路的行话。

Circuit（电路）

为了达到某种目的而设计的电子硬件设备的连接。

Clock signal（时钟信号）

包含数字信号的硬件设备中使用的方波电压信号，例如计算机和手机中用来同步不同电路的操作的信号。

Compact dis（光碟，CD）

光盘是在一面有一层金属表层的塑料光盘，直径 4.7 英寸，通常用来存储二进制数据文件，也可以用来存储二进制数字音乐。一张 CD 可以存储 0.7GB 的二进制数据。

Continuous signal（连续信号）

参见 Analog signal。

Consine wave（余弦波）

初始状态（0 时刻大小）如图 G-5 中实线所示的正弦波。

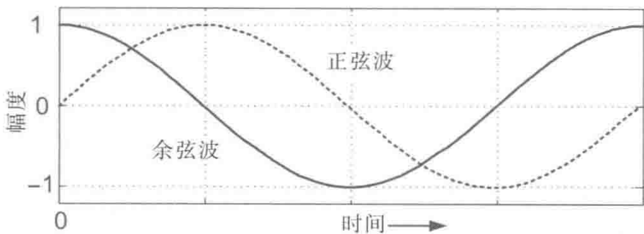


图 G-5

Cutoff frequency（截止频率）

低通滤波器通带的最高频率，高通滤波器通带的最低频率。图 G-6 给出了一个低通滤波器的截止频率 f_{co}。

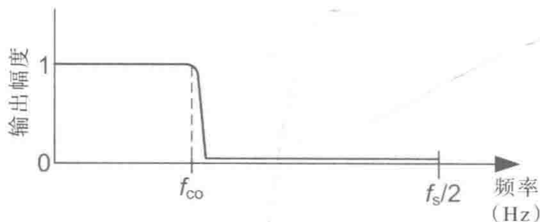


图 G-6 低通滤波器的截止频率

Cycles per second（每秒周期数）

一种衡量频率大小的单位。

DAC

参见 Digital-to-Analog Converter。

dB

参见 Decibel。

DC

直流的缩写。该术语用于描述了其幅度随着时间恒定不变的信号（模拟电压或者离散数字序列）。

DC voltage（直流电压）

幅度随时间不变的模拟电压。

Decibel（分贝）

衡量衰减或者增益的单位，用来表示两个不同信号之间幅度或者能量的差异。附录 B 详细讨论了分贝的概念。

Decimal number（十进制数）

我们每天使用的计数系统，包含 0 ~ 9 十个不同的数字。

Decimation（抽取）

减少数字信号采样率。

DFT

参见 Discrete Fourier transform。

Digital filter（数字滤波器）

一种计算处理过程或者算法，将一个离散时间序列的数字（输入）转换成另一个具有不同频谱的离散时间序列的数字（输出）。参见 Lowpass、Bandpass、Highpass filter。

Digital number（数码）

电子设备中使用或者显示的数字。数字时钟上显示的时间为数码，计算机键盘上的数字也是数码。

Digital signal（数字信号）

载有信息的离散数字序列，其每一个数字的取值只能限制在一个有限的集合中。在本书中，主要采用此描述作为数字信号的定义。同时，有时候电子设备中只在 1 ~ 2 个不同电压值之间波动的模拟电压也可以称为数字信号。

Digital signal processing（数字信号处理）

对于采样数据点的数字处理。

Digital signal processor（数字信号处理器）

专门用来高效完成针对数字信号数据采样点的算术运算的集成电路。

Digital-to-analog converter（数 – 模转换器）

一种输入为数字采样值，输出为模拟电压信号的硬件设备。

Digital video disc（DVD）

直径为 4.7 英寸[⊖]的金属光盘，通常用来存储数字数据文件，也可以存储数字音乐信号。DVD 可以存储 4.7GB 的二进制数据。

Direct current（直流）

该术用于语描述了其幅度随着时间恒定不变的信号（模拟电压或者离散

⊖ 1 英寸 =0.025 4 米。

数字序列）。

Discrete Fourier transform（离散傅里叶变换）

一种针对数字信号序列（输入）的数学处理过程，其输出为一个数字序列，表示对应于输入时间序列的频谱（谐波）分量。

Downsample（欠抽样）

参见 Decimation。

DSP

参见 Digital signal processing。

DSP

参见 Digital signal processor。

Fast Fourier transform（快速傅里叶变换，FFT）

一种计算 DFT 的快速算法。这里的快速表示大大降低了运算过程。

Filter（滤波器）

一种硬件设备（对于模拟信号）或者一种算法（对于数字信号），可以用来修改时域信号的频谱分量。

Finite impulse response filter（有限冲击响应滤波器，FIR）

一类具有线性相位的数字滤波器。

FIR

参见 Finite impulse response filter。

FM

参见 Frequency modulation。

Frequency（频率）

一种衡量在一秒钟内重复的完整周期数的度量。一般用赫兹（Hz）作为频率的单位。为了数学分析的方便，频率有时候以弧度每秒为单位（rad/s）。参见弧度每秒。

Frequency domain（频域）

指定信号的频谱分量。

Frequency modulation（频率调制）

一种射频通信方式。其原理是用一个低频的声音信号来调制（或者控制）某个高频正弦信号的频率。然后，这种调制的高频正弦信号可以通过天线以电磁波的形式发送出去。频率调制射频接收端则用来接收频率调制射频信号，并从

中提取出声音信号。

Frequency response（频率响应）

滤波器对于输入信号的反应的频域描述。图 G-7a 中的粗实线给出了一个截止频率为 f_{co} 的低通滤波器的频率响应。图 G-7b 给出了一个高通数字滤波器的频率响应。

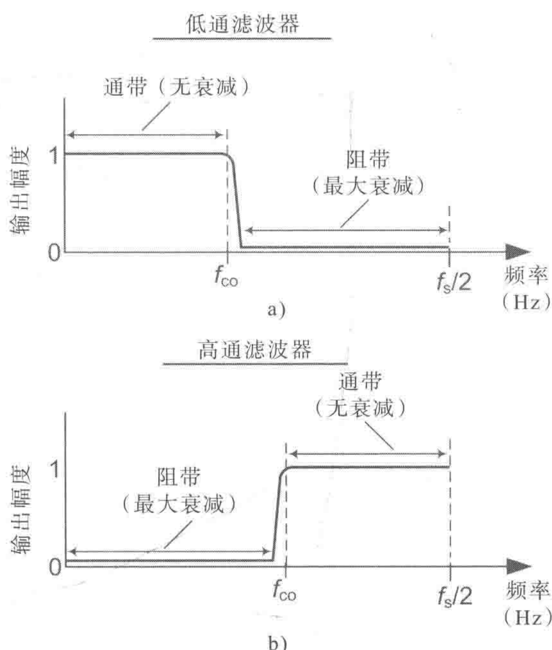


图 G-7　滤波器的频率响应：a) 低通滤波器；b) 高通滤波器

Gain（增益）

放大器电路实现的放大量。例如，增益为 4 表示放大器输出信号的幅度是输入信号幅度的 4 倍。

Gb

Gigabit 的缩写，相当于 1 073 741 824 位二进制数据。

GB

Gigabyte 的缩写，相当于 1 073 741 824 字节 =8 × 1 073 741 824 = 8 589 934 592 位二进制数。

GHz

Gigahertz 的缩写，相当于 1 000 000 000 周期 / 秒。

Ground（地）

一个点或者节点，在电路中所有电压都以这个点作为参考点。

Half-band filter（半带宽滤波器）

一类 FIR 数字滤波器，其过渡带区域以四分之一采样率为中心，即 $1/f_s$。由于其频域的对称性，半带宽滤波器通常用来进行抽样处理，因为时域信号中的一半点都将为 0。这样做可以减少产生滤波器输出所需要的乘法运算的次数。

Harmonic distortion（谐波失真）

对时域信号一种无意的、不需要的波形变化，最终使得在频域中产生了不想要的频谱分量。

Harmonics（谐波）

时域信号中不需要的频谱分量，导致了该信号的形状失真。也用来描述周期时域信号的高频分量（例如方波或者三角波）

HDTV

参见 High-definition television。

赫兹（Hz）

频率的一种度量，相当于每秒中周期性变动重复次数的计量（振荡 / 秒）。

Hexadecimal binary number（十六进制数）

在程序设计中，十六进制是一种使用 1 或 0 以外的其他数字来表示二进制数的便捷方法。参见附录 D。

High-definition television（高清电视）

一种全数字电视信号播放系统，其分辨率远高于老式模拟电视信号。高清晰度电视能够显示几个不同分辨率的电视信号（可多达两百万像素，而老式电视只有 36 万像素）。高清晰度电视用 24 位二进制数来定义每个像素点的颜色，从而提供了更好的色彩再现。

High fidelity（高保真度）

一个被音频爱好者用来描述高质量音频声音的词汇。所谓“高质量”，大家可以对比一下从一个昂贵的调频立体声系统中发出的声音与从手机中听到的声音信号，就能理解了。

High pass filter（高通滤波器）

一种可以使高频分量通过、低频分量衰减的滤波器，如图 G-7b 所示。实际上，我们都曾在客厅里体验过高通滤波的效果。因为，当我们调大高音（或者调小低音）时，家庭立体声系统此时就相当于一个模拟高通滤波器，使音乐中的高频分量得到增强，从而使听到的音乐更尖锐。

IIR

参见 infinite impulse response filter。

Impulse response（冲激响应）

当输入是单位冲激信号时，数字滤波器的时域输出序列。数字滤波器的频域响应可以用时域冲激响应的离散傅里叶变换（DFT）计算。

Infinite impulse response（IIR）filter（无限冲激响应滤波器）

定义了一类不保证稳定、总存在非线性相位响应的数字滤波器。无限冲激响应滤波器（IIR）有着远比数字有限冲激响应滤波器（FIR）陡峭的过渡区滚降（优越的性能）。

Integer（整数）

像 23，–57 或 99 这样正或负的数字。

Integrated circuit（集成电路）

将部分相互关联的晶体管封装在一块小的塑料板或陶瓷板上，形成微型化和集成化的电路板。

Interpolution（内插）

提高数字信号的抽样率。

JPEG

电子图像文件压缩的行业标准，JPEG 是静态图像专家组的缩写形式。

Kb

千位（kilobit）的首字母缩略词，二进制数据中的 1024 位。

KB

千字节（kilobyte）的首字母缩略词，1024 字节 =8 × 1024=8192 位（二进制）。

kHz

频率为千赫兹（kilohertz）的首字母缩略词（1000 周期 / 秒）。

ks/s

千次采样每秒（kilosamples per second）的首字母缩略词，采样模拟信号的采样率，用千次采样每秒来度量。

Least significant bit（最低有效位）

二进制字（二进制位序列）中最右边的位。

Linear phase filter（线性相位滤波器）

相角随频率恒定变化的滤波器，其相频特性曲线是条直线。同样地，线性相

位滤波器的群延迟是常量。为了保护携带信息的信号的完整性，对滤波器来说，线性相位是个重要的评判标准，多用在手机和其他无线系统里。

Loudspeaker（扬声器）

将电压信号转换成气压波（声波）的硬件设备。扬声器的工作频率范围是50Hz~15kHz。

Lowpass filter（低通滤波器）

一种可以使低频分量通过、衰减高频分量的滤波器，正如图 G-7a 所示。举例来说，当我们对家庭立体声系统调大低音（或者调小高音）时我们就体验了低通滤波，结果是声音变得低沉浑厚，因为音乐里的低频分量被加强了。

Mb

兆位（megabit）的首字母缩略词，等于二进制中的 1 048 576 位。

MB

兆字节（megabyte）的首字母缩略词，1 048 576 字节 =8×1 048 576=8 388 608 位（二进制）。

MHz

频率为兆赫兹（megahertz）的首字母缩略词（1 000 000 周期 / 秒）。

Microchip（微型芯片）

单个集成电路的俗称。

Microphone（麦克风）

将气压波（声波）转换成电压信号的硬件设备。麦克风的工作频率范围为50Hz~15kHz。

Mixing（混频）

对声音信号来说，混频是指将两个或多个信号相加从而创造出一个合成声音信号的过程。对射频范围内的信号来说，混频是指两个信号相乘的过程。射频的混频用来产生调幅广播信号。

Most significant bit（最高有效位）

二进制字中最左边的位。

Moving averager（滑动平均器）

基于算术方法的简单数字低通滤波过程，将固定数目的连续输入信号样本值取平均来产生滤波器的输出样本序列。参见第 8 章关于滑动平均滤波器的例子。

MPEG

电子视频文件压缩的行业标准，MPEG 是动态图像专家组的缩写形式。

Ms/s

百万次采样每秒（megasamples per second）的首字母缩略词。采样率（模拟信号得以被采样）用百万次采样每秒来度量。

Nibble（半字节）

4 位二进制数的序列（字节的一半）。

Noise（噪声）

时域信号中不可控的幅度波动，如图 G-8b 所示。噪声是随机的，不承载有用信息。噪声的出现使度量有用信号参数变得困难，一般情况下认为它是不想要的信号。

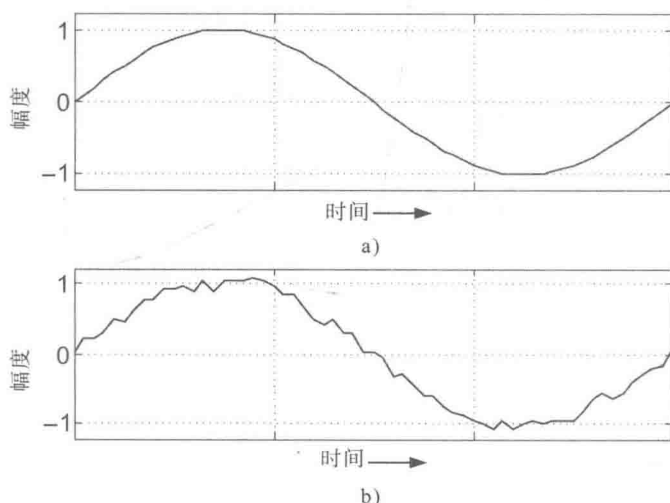


图 G-8 噪声：a) 无噪声模拟正弦波；b) 有噪声模拟正弦波

Nonrecursive filter（非递归滤波器）

一种数字滤波器的实现，其中当前的输出采样不会保留下来用于计算滤波器的未来输出采样。

Nyquist sampling criterion（奈奎斯特采样定理）

数字信号处理必须遵循以下规则：为了防止出现频率混叠现象（数字信号失真），A/D 采样率必须大于输入模拟信号最高频率的两倍。该定理是为纪念美国电信工程师奈奎斯特而命名的，也叫香农 – 奈奎斯特采样理论。

Octal binary number（八进制数）

对计算机程序员来说，是一种使用 1 或 0 以外的其他十进制数字来表示二进制数的便捷方法。参见附录 D。

Offset binary number（偏移二进制码）

一种用二进制数来表示正负十进制数值的方法。

Oscilloscope（示波器）

一种接受模拟电压信号作为输入并在显示屏上显示电压波形的二维图像的电子设备。图像的纵轴是电压电平，横轴是时间（以秒为单位）。

Passband（通带）

滤波器允许输入信号能量通过的频率范围，如图 G-7 所示。

Passband ripple（通带纹波）

滤波器通频带幅度响应的波动，如图 G-9 所示。

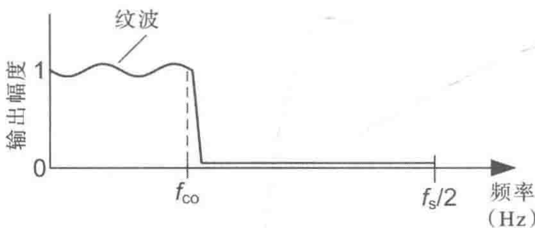


图 G-9 滤波器通带纹波

PC board（PC 板）

参见 Printed circuit board。

Period（周期）

时间周期以秒为单位，周期信号完成一次振荡需要的时间。

Periodic wave（周期波）

时域波形随着时间推移而重复变化的模拟或数字信号。

Phase response（相位响应）

输入正弦波和输出正弦波之间在特定频率产生的相差。相位响应有时又叫相位延迟，通常用来描述相位偏移随频率变化的曲线。

Pixel（像素）

图像元素的简称，指一幅图像中的一个单点，如电脑或电视屏幕上的图像、数码相机照片……5 兆像素的数码相机拍摄的照片包含了 5 000 000 个像素（色彩点）。这些像素聚集起来形成一幅图像。参见高清电视。

Printed circuit board (印制电路板)

塑料或玻璃纤维制成的矩形板，上面印刷或蚀刻有导电铜线。把电子元件安装在板上，用导线连接之后形成工作电路。家用计算机里的主板就是印制电路板。印制电路板不需要在电子元件之间手焊电线。

Quantization (量化)

量化是为了限制可能的数值，使之达到一组离散的特定精度的数。例如，量化 17.3、–26.88、52.13 为整数意味着将这些数变为 17、–26、52。量化和 A/D 转换有关，是将模拟输入信号的连续数值范围分割成不重叠的电压子区域的过程。当模拟输入信号的值属于一个给定的电压子区域时，转换器输出相对应的唯一的、离散的二进制数。

Radians per second (弧度每秒)

1 秒内周期信号重复次数的角度度量。主要用在数学分析（代数）上。360° =2π 弧度，1 弧度≈ 57.2° 。

Radio frequency (射频)

辐射正弦电磁波的频带范围：

- 超低频（ULF）：0Hz（直流）~30Hz
- 极低频（ELF）：30~300Hz
- 音频级信道（VGC）：300~3400Hz
- 甚低频（VLF）：3~30kHz
- 甚高频（VHF）：30~300MHz
- 超高频（UHF）：300~3000MHz

Recursive filter (递归滤波器)

一种数字滤波器的实现，其中现在的滤波器输出采样保留下来用于计算滤波器的未来输出。

RF

参见射频。

Sample (采样)

数字信号序列中的单个数、单个元素。采样指通过 A/D 转换器将模拟信号转换为数字信号（一列离散的数）的过程。

Sample frequency (采样频率)

参见 Sample rate。

Sample rate（采样率）

指用 ADC（模－数转换器）来完成模拟信号到数字信号的转换的时钟频率，以 Hz 为单位。采样率是采样间隔周期的倒数。

Sample rate conversion（采样率转换）

降低（抽取）或提高（内补）数字信号的采样率的过程。

Scientific notation（科学计数法）

对工程师和科学家来说，一种能够便捷又准确地书写极大或极小数字的方法。附录 A 详细讨论了科学计数法。

Signal-to-noise ratio（信噪比）

信噪比是期望信号与随机噪声功率的比值，随机噪声可能损害期望信号。信噪比越大，则系统性能越好。信噪比通常用 dB 表示。

Sign-magnitude binary numbers（原码二进制数）

用二进制数来表示正负十进制数的方法。

Sine wave（正弦波）

零时刻初始值为零的正弦曲线波，如图 G-5 中虚曲线所示。

Sinusoidal wave（正弦曲线波）

包括正弦波、余弦波在内的一类波。

SNR

参见 Signal-to-noise ratio。

Spectrum（频谱）

模拟或数字信号的频率分量。不同频率的正弦波形的叠加形成了信号。

Spectrum analysis（频谱分析）

度量模拟或数字信号频率分量的过程。

Spectrum analyzer（频谱分析仪）

接收模拟电压作为输入并在显示屏上显示信号频谱的二维图像的电子设备。纵轴是信号功率，横轴是频率（以 Hz 为单位）。

Square wave（方波）

二值时域波形，如图 G-10 所示。

Stopband（阻带）

由数字滤波器衰减的频带。图 G-7 展示了低通和高通滤波器的阻带。

Stopband attenuation（阻带衰减）

当频谱在滤波器的阻带范围内时，信号输出幅度会减小。阻带衰减通常用分贝来度量，如图 G-11 中低通滤波器所示。在这幅图里，阻带衰减为 40dB，这表示滤波器输入信号频谱的幅度在阻带的频率范围里衰减了 100 倍（参见附录 B）。

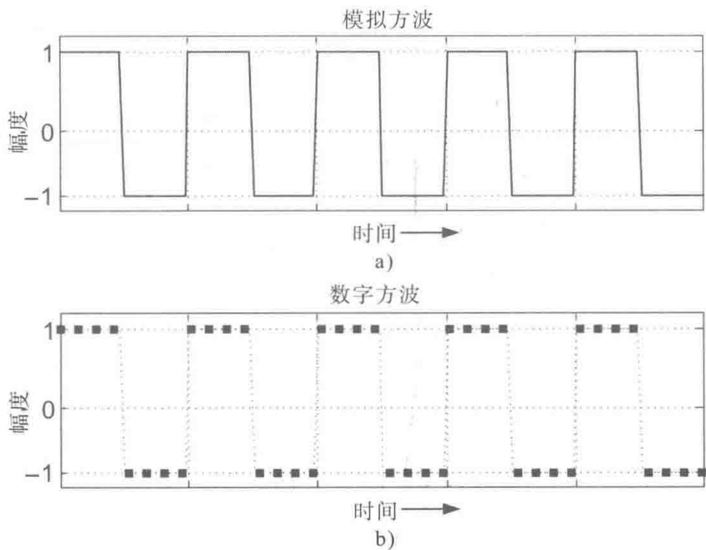


图 G-10　方波：a) 模拟方波；b) 数字方波序列

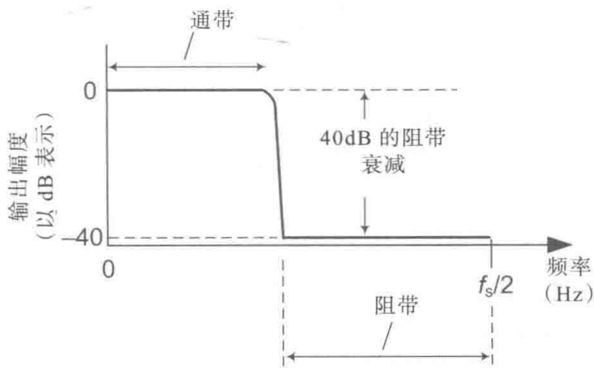


图 G-11　低通滤波器的阻带衰减

Stopband suppression（阻带抑制）

参见 Stopband attenuation。

Tachometer（转速表）

用来计量机械转轴旋转速率的传感器，以转 / 秒（RPM）为单位。

Time domain（时域）

具体描述信号幅度随时间如何变化的一个名词。

Trace（印制线）

印制电路板上的一条细铜导线。

Transceiver（收发机）

包含接收机和发射机的通信设备。手机就是一种收发机。

Transistor（晶体管）

通过一个输入端的电压或者电流来控制允许或阻止电流在两个电子终端间流通的固态（硅制）控制器件。晶体管可以用作高速开关（开启或闭合），或者做扩音器（如吉他里的扩音器）。

Transition region（过渡区）

滤波器频率响应从通带到阻带之间过渡区域的频率范围。图 G-12 说明了低通滤波器的过渡区。过渡区有时又被叫作过渡带。

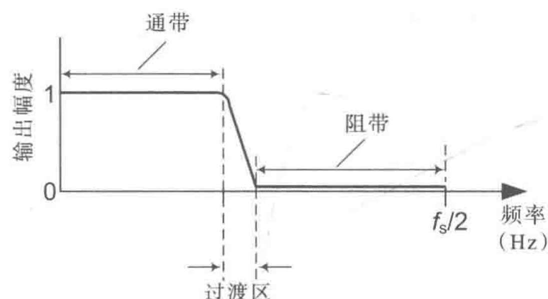


图 G-12　低通滤波器的过渡区

Transversal filter（横向滤波器）

在数字滤波领域，横向滤波器是 FIR 滤波器的另一个名字。参见有限冲激响应滤波器。

Triangular wave（三角波）

一种时域模拟信号波形，如图 2-11 所示。

Two's complement binary number（二进制补码）

一种用二进制数来表示正负十进制数的方法。

Unsigned binary number（无符号二进制数）

一种用二进制数来表示正十进制数的方法。

Upsample（过采样）

参见插值。

Voltage（电压）

电压的存在导致了电子在电路内移动，从而形成电流。电流可以完成很多工

作，比如带动电机运转、点亮电灯。有两种电压：AC（交流电）电压，电压幅度随时间变化，比如正弦或余弦波电压；DC（直流电）电压，电压幅度保持恒定，比如车用蓄电池的电压。

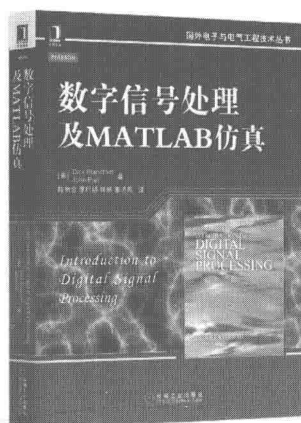
Waveform（波形）

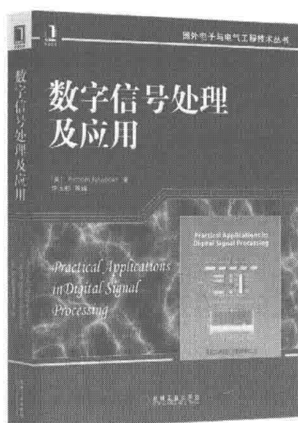
指任何以时间为自变量的二维图像中的波动曲线，例如，图 2-3b 的电压波形。

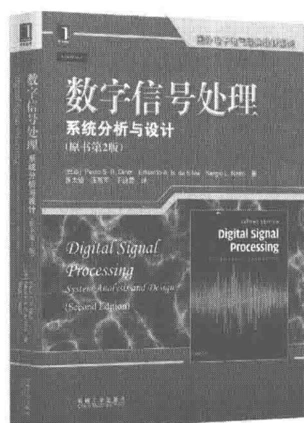
Word length（字长）

二进制字的位数。比如，二进制数 101101 字长为 6。

推荐阅读







数字信号处理及MATLAB仿真

作者：Dick Blandford 等 译者：陈后金 等 书号：978-7-111-48388-5 定价：95.00元

本书是美国伊凡斯维尔大学电子与计算机工程专业的DSP课程教材，注重理论与应用相结合，前7章重点讲述数字信号处理基础理论和知识，包括DSP的概述、线性信号和系统概念、频率响应、抽样和重建、数字滤波器的分析和设计、多速率DSP系统；后4章侧重于DSP应用，包括数字滤波器的实现、数字音频系统、二维数字信号处理和小波分析。本书可作为电子信息、通信、控制、仪器仪表等相关专业本科生的DSP课程教材，对初级DSP工程师也是一本实用的参考书。

数字信号处理及应用

作者：Richard Newbold 等 译者：李玉柏 等 书号：978-7-111-51340-7 定价：119.00元

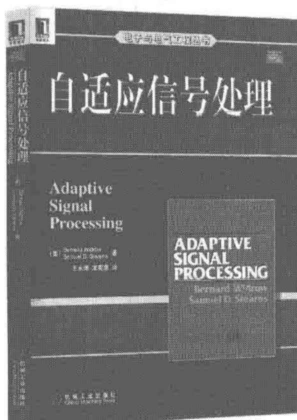
本书基于真实设备与系统，研究如何进行数字信号处理的软硬件设计与实现，详细阐述了模拟和数字信号调谐、复数到实数的变换、数字信道化器的设计以及数字频率合成技术，并重点讨论了多相滤波器（PPF）、级联的积分梳状（CIC）滤波器、数字信道器等业界常用的一些的信号处理应用。本书适合即将进入信号处理领域的大学毕业生，也适合有一定DSP设计经验的业界工程师阅读。

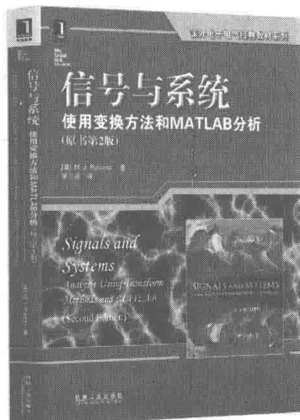
数字信号处理：系统分析与设计（原书第2版）

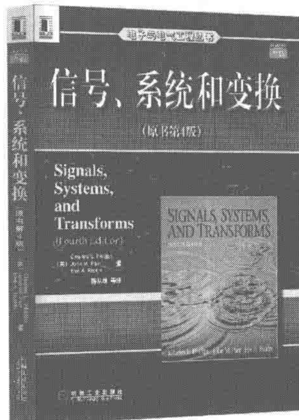
作者：Paulo S. R. Diniz 等 译者：张太镒 等 ISBN：978-7-111-41475-9 定价：85.00元
英文版 ISBN：978-7-111-38253-9 定价：79.00元

本书全面、系统地阐述了数字信号处理的基本理论和分析方法，详细介绍了离散时间信号及系统、傅里叶变换、z变换、小波分析和数字滤波器设计的确定性数字信号处理，以及多重速率数字信号处理系统、线性预测、时频分析和谱估计等随机数字信号处理，使读者深刻理解数字信号处理的理论和设计方法。本书不仅可以作为高等院校电子、通信、电气工程与自动化、机械电子工程和机电一体化等专业本科生或研究生教材，还可作为工程技术人员DSP设计方面的参考书。

推荐阅读







自适应信号处理

作者：Bernard Widrow 等 译者：王永德 等 ISBN：978-7-111-22792-2 定价：45.00元
英文版 ISBN：978-7-111-23918-5 定价：56.00元

本本书是一本有关自适应信号处理的专业性教科书，也是自适应信号处理方面的一部经典著作。本书主要内容包括自适应信号处理的原理、算法和结构以及在各种领域的应用。全书在理论方面侧重讨论线性组合器这种基本的自适应结构形式，以及LMS（最小均方）算法这种重要且基本的自适应算法；在应用方面，重点讨论自适应信号处理在系统辨识、解卷积、信道均衡、自动控制、干扰对消及空间阵列处理等方面的应用。

信号与系统：使用变换方法和MATLAB分析（原书第2版）

作者：M. J. Roberts 译者：胡剑凌 预计出版时间：2013年6月

本书在第1版的基础上进行了广泛更新，包含系统的时域分析、傅里叶方法、傅里叶变换、拉普拉斯变换、z变换、采样和信号处理等信号与系统的基本理论和应用。新增加频率响应分析、通信系统分析、滤波器的分析与设计、状态空间分析4章内容。全书给出了大量的例子，并介绍实现上述方法的MATLAB函数和运算。

信号、系统和变换（原书第4版）

作者：Charles L. Philips 等 译者：陈从颜 ISBN：978-7-111-26047-9 定价：78.00元
英文版 ISBN：978-7-111-26894-9 定价：55.00元

本书清晰而全面地叙述了关于信号、系统和变换的理论与应用。介绍了信号与系统的数学背景，主要包括：傅里叶变换、傅里叶级数、拉普拉斯变换、离散时间傅里叶变换与离散傅里叶变换，z变换。本版在课程体系的组织上为读者不同的侧重需求提供了极大的灵活性。MATLAB示例贯穿于书中各章，同时也将MATLAB学生版本的先进特征体现于例题和习题的应用之中。